

冷轧薄板的板形调整

——板形理论的非线性分割模型

力学教研室 乔端

压力加工教研室 陈肖梅 刘宝珩

摘要

在四辊轧机上用液压弯辊装置控制冷轧薄板板形是一有效的方法。本文在对目前国内外已有的理论计算模型进行分析研究的基础上,采用分割模型的受力分析,考虑到摩擦、轧辊压扁、材料加工硬化、内应力、宽展等因素对轧制压力及板形的影响,提出了板形计算的非线性分割模型。计算结果与实验结果进行了比较。通过计算得到一系列工艺参数,可供现场生产中板形调整作参考。

符号说明

- x 从辊边到轧辊第*i*个分割单元间的距离。
- Y 工作辊与支承辊公共母线上任一点处的垂直位移。
- p 工作辊与支承辊间单位长度上的接触压力。
- q 工作辊与板材间单位宽度上的轧制压力。
- q' 无张力时板材单位宽度上的轧制压力。
- q 平均单位轧制压力。
- α_b 、 α_w 支承辊与工作辊的影响系数。
- $\gamma(i)$ 工作辊与支承辊表面间在位置*x*(*i*)处的间距。
- D 轧辊直径。
- Z(*i*) 轧辊表面在位置*x*(*i*)处的局部接触变形。
- B 轧件的宽度。
- l 辊身长度。
- L 压下螺丝中心线之间的距离。
- l₁ 辊颈长度。
- W 总轧制负荷。
- J 液压弯辊力(减少板材凸度所加力为正)。
- P 总压下力(包括轧制负荷和弯辊力)。
- S 轧机弹性曲线之斜率。
- M 机架刚度(不包括轧辊)。
- h(*i*)、H(*i*) 在位置*x*(*i*)处的出口和入口板厚之半。

- $r(i)$ 轧制中的板材压下率。 $r(i) = 1 - h(i)/H(i)$ 。
 G 轧辊的刚性位移。
 $C(i)$ 在位置 $x(i)$ 处当轧辊间没有材料时辊缝之半。
 $\sigma_F(i)$ 、 $\sigma_B(i)$ 作用于位置 $x(i)$ 处板材的前、后张应力。
 E 拉压弹性模量。
 ν 泊桑比。
 A 、 B_1 轧制压力与压下率的分段线性关系中的斜率和截距。
 Φ 乘数因子。
 ξ 张力因子。
 Ψ 宽展因子。
 U 、 V 辊间压力与轧辊压扁线性关系中的斜率和截距。
 f 工作辊与板材间的摩擦系数。
 l' 工作辊与板材接触压扁弧长。
 \bar{h} 平均板厚。 $\bar{h} = \frac{1}{2}(H + h)$ 。
 σ_{s_0} 、 σ_{s_1} 在入口和出口处轧材之拉伸屈服应力。
 K 变形区中轧材的平均平面变形抗力。
 σ_x 、 σ_y 、 σ_z 沿轧制、板宽、压下方向的板材内应力。
 σ_m 平均内应力。 $\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$ 。
 b 、 w 、 p 脚注分别指支承辊、工作辊和板材。

一、前言

关于板形控制的问题，即板带材横向板厚分布和平坦度的控制问题的研究，近些年来在国外是很活跃的，国内也有所开展。在四辊轧机上，用液压弯辊装置控制板形的理论研究业已形成弹簧模型 (M. D. Stone)、分割模型 (K. N. Shohet) 和综合模型 (户泽康寿) 三大类。

由 M. D. Stone^[1] 提出的弹簧模型把工作辊看作是弹性基础梁。在工作辊与支承辊之间，以及工作辊与板材之间，引进两个弹簧系数 k_1 和 k_2 ，解析求解轧辊的弹性挠曲，从而求出沿板宽方向的压力分布、板厚分布等。盐崎宏行^[2] 假设轧制压力沿板宽均匀分布。铃木弘^[3] 本城恒^[4] 假设轧制压力分布为二次曲线。连家创^[5] 提出工作辊与支承辊间的压力分布为二次曲线和四次曲线的假设。由于轧制压力沿板宽分布所作的各种假设与松浦佑次^[6] 本村贡^[7] 等人的实测结果不甚符合，所以，弹簧模型不够理想。

K. N. Shohet^[8] 于1968年提出分割模型。其基本思想是将连续分布的轧制压力、轧辊间的接触压力及轧辊变形等离散化。以力作为未知量，根据变形协调方程和力平衡方程解出轧制压力分布、辊间压力分布及工作辊刚性位移。此模型对辊间压力分布和轧制压力分布不作任何假设，对于以它们为未知数的线性方程组用矩阵法迭代求解。从理论上讲，当分割得越细时，则越趋于载荷连续分布的解。但是，在线性方程组的联立推导中引用了两个线性关系的假设：1) 认为工作辊与支承辊之间的压扁在整个接触范围内与接触压力成线性关系；2) 单位宽度上的轧制压力与在无张力轧制下的压下率成线性关系。由于这两个假设的根据不够充分，因此误差较大。另外，对于张力对轧制压力的影响引用了 Hessenberg-Sims

[10] 方程, 是比较粗糙的。上田长正 [10] 对 Shohet 模型稍加改进, 提出了较详细的计算公式, 但仍然是解线性方程组。中岛浩卫 [11] 对 HC-轧机左右不对称的情况简化为等价的二辊轧机, 采用分割模型。总的来讲, 继 Shohet 提出分割模型后, 在这方面继续研究并应用于生产实践中的较少, 主要是计算出来的数值与实测数值有一定偏差。

户泽康寿 [12] 采用分割模型, 又在考虑工作辊与支承辊的接触压扁中采用了弹性基础梁的假设, 在由轧辊的变形求压力分布的分析中, 综合地使用了弹簧模型和分割模型, 因此可称为综合模型。其解题方法仍是用矩阵法求解线性方程组。

我们认为 Shohet 的力学模型是可取的。在对其假设进行分析的基础上, 考虑到冷轧板材的加工硬化、轧辊压扁、摩擦、张力、宽展等因素对轧制压力的影响, 根据力平衡方程、变形协调条件等, 建立非线性方程组, 用直接迭代法求解。并将计算结果与实验测定进行比较, 从而提出在四辊轧机上各种板带产品轧制时的主要工艺参数, 作为现场生产的参考。

二、非线性分割模型的基本原理

1. 分割模型及 Shohet 线性方程组

四辊轧机在工作辊间施加弯辊力时, 轧辊的受力简图如图所示, 称为 JWW 弯辊方式 (本文只讨论这种弯辊方式)。采用 Shohet 的分割法, 将轧辊半长分为 m 等分, 而板材半宽分为 n 等分。在板材每一段的中心作用着集中轧制压力 $q \Delta x$, 而在工作辊与支承辊间每一段的中心作用着集中接触压力 $p \Delta x$ 。接触压力的第 i 段与轧制压力的第 i' 段重合, 并有 $i = i' + k$ (图 2)。

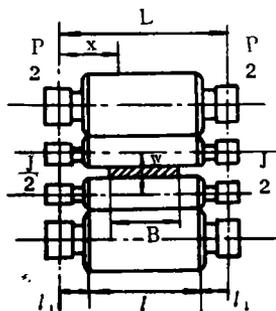


图 1 四辊轧机轧辊受力简图 (JWW 弯辊方式)

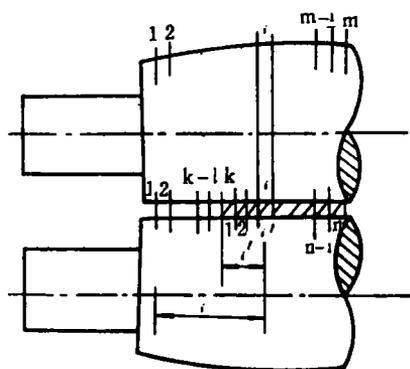


图 2 轧辊分割简图

弯曲轧辊的目的是改变工作辊的弹性变形, 从而使辊缝形状和板形得到改变。轧辊的变形包括轧辊的挠曲和表面的压扁。为了估算辊缝的形状, 必须知道使轧辊变形的负荷, 而且, 如要计算板材的轧后厚度, 必须知道工作辊的刚性位移。根据工作辊的力平衡条件导出平衡方程:

$$\sum_{j=1}^m p_j \Delta x - \sum_{j=1}^m \Phi_{j,q} \Delta x = \frac{J}{2} \quad (1)$$

从工作辊与支承辊之间的变形一致性导出协调方程:

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{j=1}^m p_j \alpha_{i,j} \Delta x + \sum_{j=1}^m \Phi_j q_j \alpha_{i,j} \Delta x - U p_j - M \sum_{j=1}^m \Phi_j q_j \Delta x + G_w \\
 & = \gamma(i) + M J + S + V
 \end{aligned} \quad (2)$$

从工作辊与板材之间的变形一致性导出另一协调方程:

$$\begin{aligned}
 & \Phi_j \left[\sum_{j=1}^m q_j \alpha_{i,j} \Delta x - \sum_{j=1}^m \Phi_j q_j \alpha_{i,j} \Delta x - \frac{2K q(i)}{2K - \sigma_F(i) - \sigma_B(i)} \frac{H(i)}{A} - G_w \right] \\
 & = \Phi_j \left[C(i) - H(i) \frac{A + B_1}{A} \right]
 \end{aligned} \quad (3)$$

其中 p_j 、 q_j 、 G_w 为 $(m+n+1)$ 个未知数。(1) 式只有一个方程, (2) 式有 m 个方程, (3) 式有 n 个方程, 所以共有 $(m+n+1)$ 个方程。而 $\sigma_F(i)$ 为 n 个未知数。为了求解关于 p 、 q 、 G_w 的线性方程组, 取 $\sigma_F(i)$ 的迭代初值为 0, 通过迭代法求解。这就是 Shohet 线性分割模型的主要思想和基本方程^[8]。

2. 分割模型中的非线性关系

在 Shohet 线性分割模型中, 假设工作辊与支承辊间的接触压力与轧辊的压扁量 $Z(i)$ 成线性关系, 即

$$Z(i) = U p(i) + V \quad (4)$$

根据 Föpple 的弹性解^[13], 对于材料相同的工作辊与支承辊, 在单位宽度上的接触压力 $p(i)$ 作用下, 由于辊面的压扁变形而引起的二辊中心线的接近量为

$$Z = \frac{2(1-\nu^2)}{\pi E} p \left(\frac{2}{3} + \ln \frac{2D_w}{b} + \ln \frac{2DB}{b} \right) \quad (5)$$

其中

$$b = 2.15 \sqrt{\frac{p}{E} \frac{D_B D_w}{D_B + D_w}}$$

由此可见 $Z \sim p$ 之间并不是线性关系。对于不同的 p , 算出其 Z , 得到 $Z \sim p$ 关系曲线 (图 3)。如果把 $Z \sim p$ 关系近似为直线关系, 它给计算带来的误差是微小的。

在线性分割模型中, 还假设了轧制压力与压下率成线性关系, 即

$$q'(i) = A r(i) + B_1$$

这一假设不免过于粗糙, 因为在轧制过程中, 轧制压力不仅与压下率有关, 而且与材料的硬化、摩擦、轧辊弹性压扁等诸因素有关。为了综合考虑这些因素的影响, 引用适合于冷轧薄板的 Stone 公式^[14]。同时引用李庚唐的压扁弧长计算显式^[15]。考虑到板材的加工硬化, 得到新的 $q'(i)$ 与 $r(i)$ 的关系。当轧制工业纯铝板时, 进口板厚为 $H = 4.9 \text{ mm}$ 的情况下, 及轧制不锈钢 $1\text{Cr}_{18}\text{Ni}_9\text{Ti}$, 进口板厚为 $H = 1.3 \text{ mm}$ 的情况下, 计算得到不同压下率的轧制压力曲线如图 4 所示。

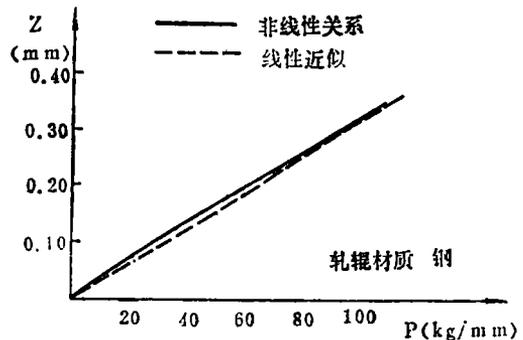


图 3 $Z \sim p$ 关系曲线

由图4可见 $q' \sim r$ 之间并不是直线关系，而是一条曲线。（6）式中的A又是 q' 的函数， $B_1 = 0$ 。由于轧制过程板材呈不均匀变形，在塑性变形过程中力与变形之间为非线性关

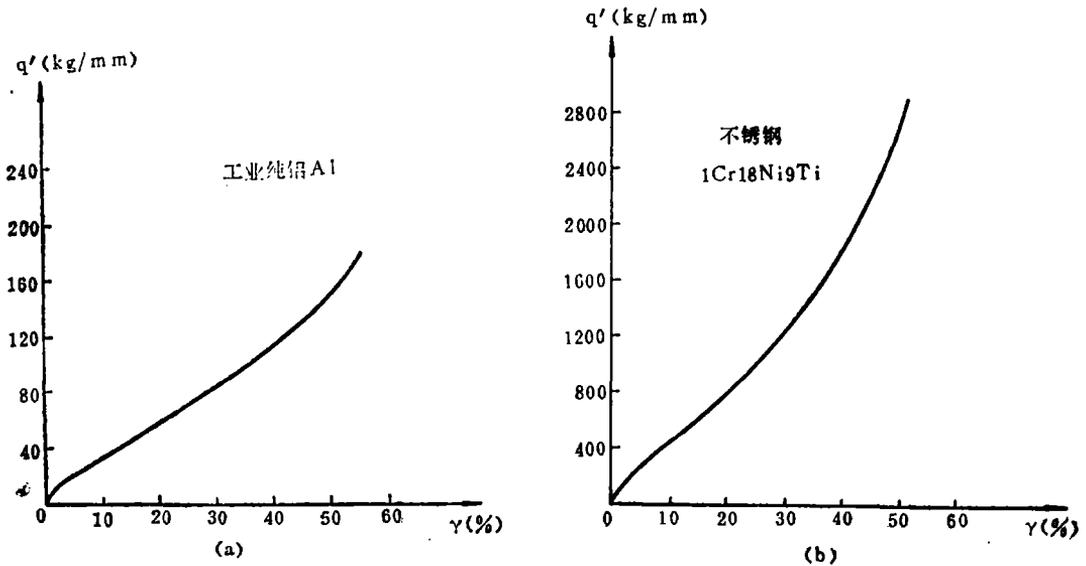


图4 $q' \sim r$ 关系曲线

系。所以工作辊与板材之间的变形协调方程（ n 个）实际上并不是线性方程（见附录）。新的协调方程为

$$\frac{H(i)}{\Lambda(i)} [A(i) - q'(i)] = C(i) - Y_w(i) + Z_w(i) \quad (7)$$

3. 张力的影响

轧制过程中往往带有前张力和后张力，而（7）式中的 $q'(i)$ 是无张力时的轧制压力。考虑到前、后张力对轧制的影响，现用张力因子 ξ 来表示有张力轧制与无张力轧制时轧制压力的关系，即

$$q = \xi q' \quad (8)$$

对于张力因子 ξ ，很多人曾进行了研究。Shohet引用了Hessenberg-Sims的结论。从美坂佳助的工作^[16]可知Hessenberg-Sims的结论不够精确，他给出张力因子的通式

$$\xi = 1 - \frac{(\alpha - 1)\sigma_B + \sigma_F}{\alpha K}$$

其中 α 为系数。对于Hessenberg-Sims方程， $\alpha = 2$ ，美坂佳助得到的系数为 $\alpha = 10/3$ 。

志田茂由计算和实测求得 ξ 的新的变化规律^[17]，给出

$$\xi = \left(1 - \frac{\sigma_B}{K}\right) \left(1.05 + 0.10 \frac{1 - \frac{\sigma_F}{K}}{1 - \frac{\sigma_B}{K}} - 0.15 \frac{1 - \frac{\sigma_B}{K}}{1 - \frac{\sigma_F}{K}}\right)$$

对于单张轧制情况，虽然无外加前、后张力作用，但由于在轧制过程中，沿板宽压下率不同，板的延伸也不同。因而，在沿板宽各单元间存在相互作用的内应力。当使用分割法将板材分为若干单元后，这些内应力即相当于作用在每一单元上的外加前张应力（而后张应力等

于零)。对整个板来讲,当无外加张力时, σ_F 就是内应力, 当有外加张力时, σ_F 是前张应力与内应力的迭加。所以单张轧制时

$$\xi = 1.05 + 0.10 \left(1 - \frac{\sigma_F}{K} \right) - 0.15 \left(\frac{K}{K - \sigma_F} \right) \quad (9)$$

对于工业纯铝轧件, $H = 4.9 \text{ mm}$, 压下率 $r = 20\%$, 板宽为 260 mm 的情况, 分别用上述三作者的 ξ 代入计算, 发现志田茂的与实测值最接近。从理论上讲, 也是志田的计算公式较严谨。因此采用志田茂的张力因子 ξ 。将 (9) 式代入 (8) 式可得

$$q' = \frac{q}{\xi} = \frac{q_j}{1.05 + 0.10 \left(1 - \frac{\sigma_F}{K} \right) - 0.15 \left(\frac{K}{K - \sigma_F} \right)} \quad (10)$$

将 (10) 式代入 (7) 式, 于是得到考虑张力影响时的工作辊与板材间的变形谐调方程。

$$\Phi_j \left[\sum_{j=1}^m p_{j, \alpha_{j, w}} \Delta x - \sum_{j=1}^m \Phi_j q_j \alpha_{j, w} \Delta x - \frac{H(i)}{A(i)} \frac{q_j}{1.05 + 0.10 \left(1 - \frac{\sigma_F}{K} \right) - 0.15 \left(\frac{K}{K - \sigma_F} \right)} - G_w \right] = \Phi_j [C(i) - H(i)] \quad (11)$$

(1)、(2)、(11) 三式联立得到非线性方程组。但尚需考虑宽展的影响。

4. 宽展的影响

杉山纯一^[18]曾将轧制变形区沿板宽方向分为两个区。中间部分板材由于宽展受到板边部分的限制而处于平面变形状态。板边部分的金属, 由于宽展较易, 则处于三维塑性流动中。

根据 Stone 公式, 当无张力时, 平均单位压力为

$$q' = K' \left(\frac{e^{\frac{f l'}{h}} - 1}{\frac{f l'}{h}} \right)$$

对于轧件中间部分无宽展区, 可以认为是在平面应变状态, 于是公式中的 K' 取平面变形抗力, 即

$$K' = 1.15 \sigma_s$$

对于轧件的边缘, 由于板宽方向 $\sigma_y = 0$, 可以认为是平面应力状态, 所以公式中的 K' 等于屈服应力, 即

$$K' = \sigma_s$$

因此板边缘处的变形抗力与板中心处的变形抗力之比为 $1/1.15$ 。对于从板边缘到平面应变区之间的三维流动区内, 取 $\sigma_s < K' < 1.15 \sigma_s$ 。

为了描述这一变化, 现引入宽展因子 $\Psi(i)$ 。在板边缘 $\Psi = 1$, 而在平面变形区 $\Psi = 1.15$ 。在三维流动区 Ψ 按抛物线规律从边部的 1 逐渐过渡到 1.15 (图 5)。

对于不同的轧制条件, 两变形区的交界位置是不同的。这需要根据一定的经验或实验来决定。

当代入宽展因子 $\Psi(i)$ 后, 谐调方程 (11) 变成下式:

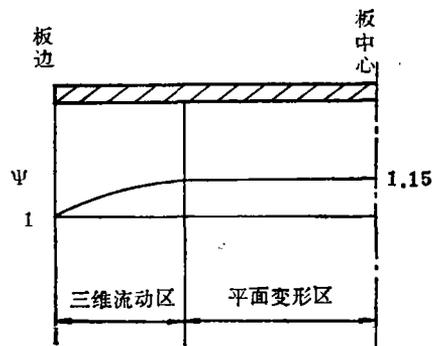


图5 板中的平面变形区与三维流动区

$$\Phi_j \left[\sum_{j=1}^m p_j \alpha_{i,j,w} \Delta x - \sum_{j=1}^m \Phi_j q_j \alpha_{i,j,w} \Delta x - \frac{H(i)}{A(i)} \frac{q_j}{1.05 + 0.10 \left(1 - \frac{\sigma_p}{K} \right) - 0.15 \left(\frac{K}{K - \sigma_p} \right)} \Psi(i) - G_w \right] = \Phi_j [C(i) - H(i)] \quad (12)$$

(1)、(2)、(12)

三式联立即为非线性分割模型的数学表达式。共有 $(m+n+1)$ 个方程。除 p_j 、 q_j 、 G_w 为未知数外， $\sigma_p(i)$ 也是未知数。 $A(i)$ 又是随 q_j 而变化的，即是 q_j 的函数。所以整个方程组为非线性方程组，包括 $(m+2n+1)$ 个未知数。

5. 方程组的求解和计算程序框图

设有方程组

$$ka = f \quad (13)$$

这里 k 为 $n \times n$ 矩阵， a 为 $n \times 1$ 未知数列阵， f 为 $n \times 1$ 列阵。当 $k = k(a)$ 时，(13)式为非线性方程组。

如果假设 $a = a^0$ 为初值，则可解得：

$$a^1 = (k^0)^{-1} f$$

这里 $k^0 = k(a^0)$ ，上标 -1 表示矩阵的求逆。重复这一过程，可以写为

$$a^n = (k^{n-1})^{-1} f$$

当误差 $\theta = a^n - a^{n-1}$ 足够小时，即可认为此解收敛。

对于 $q' \sim r$ 的非线性关系(图4)可以写为

$$q' = Ar$$

其中， A 随 q' 值而变化。又由于 A 在(1)、(2)、(12)式联立的方程组的系

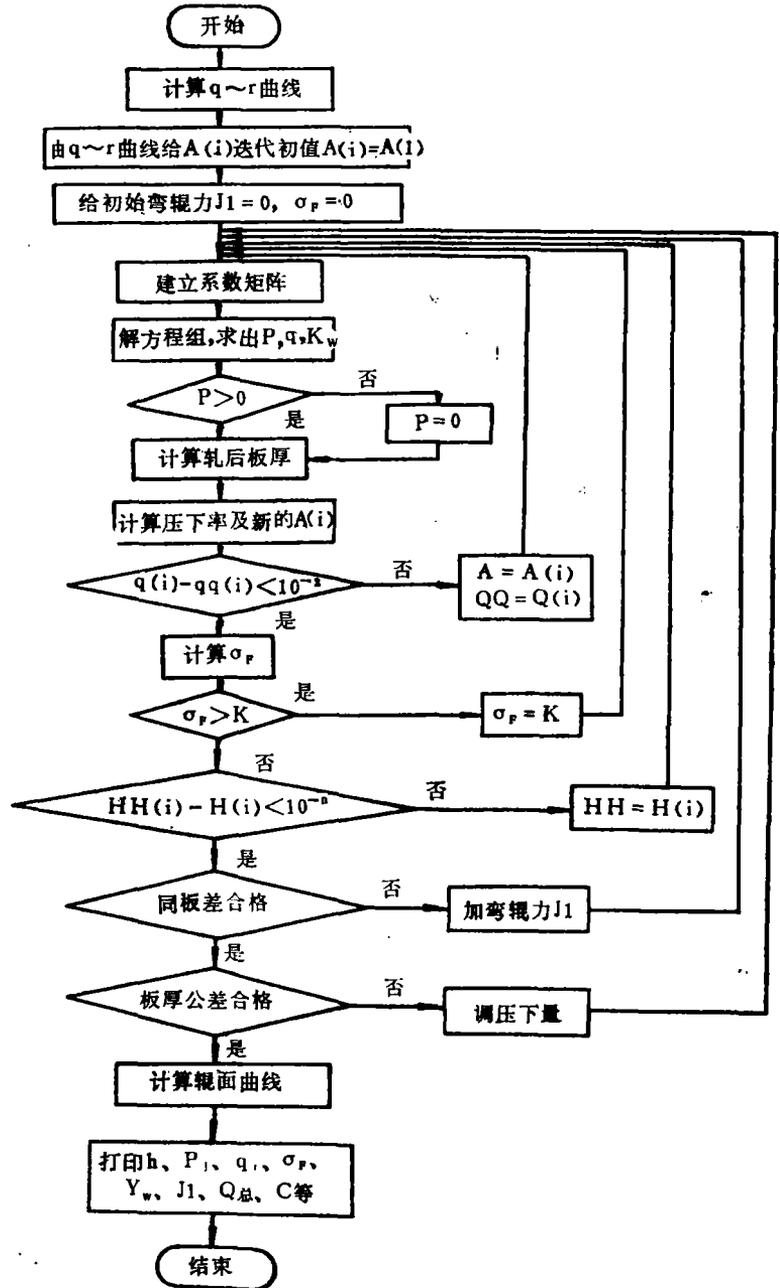


图6 非线性分割模型计算程序框图

数矩阵 k 中, $k = k(q)$, 所以整个方程组变成非线性方程组。

取初值 $A^0 = \frac{q'(1)}{r(i)}$ 。于是便可开始迭代计算。待迭代收敛后, 再进行 $\sigma_p(i)$ 的迭代。

对轧后板厚分布的计算精度进行校验直至符合要求。最后对同板差、板厚公差进行迭代计算。待全部收敛时, 计算结束, 从而求得一系列工艺参数。计算程序框图如图 6 所示。根据框图编制计算程序, 在我院 TQ-16 电子计算机上进行计算。

三、计算结果与实验验证

对工业纯铝板, 其原始板厚 $H = 4.9 \text{ mm}$, 压下率 $\Delta = 20\%$, 板宽分别为 50、100、160、200、260 mm 等五种情况进行计算。通过计算得到一系列计算结果 (辊间压力分布、轧制压力分布、内应力分布、轧后板厚分布及总轧制压力、压下规程等)。其中辊间压力分布和轧制压力分布见图 7 和图 8。

由图 8 可见, 当板宽从 50 mm 逐渐过渡到 260 mm 时, 轧制压力分布由凸型、平型向凹型分布过渡。实验结果^[19] (图 9) 表明, 当板宽由窄到宽变化时, 沿板宽轧制压力的分布由凸型、平型向凹型分布过渡。计算结果与实验结果定性相同, 只是实验曲线中 q_{\max} 与 q_{\min} 的差值大于计算的差值 (即轧制压力分布曲线的起落较大)。原因是实验时未对同板差进行严格要求, 而计算中对轧后板厚分布要求同板差在 0.02 mm 以内, 且公差符合标准要求, 因此计算出来的压力分布显然要比实测值来得平缓。

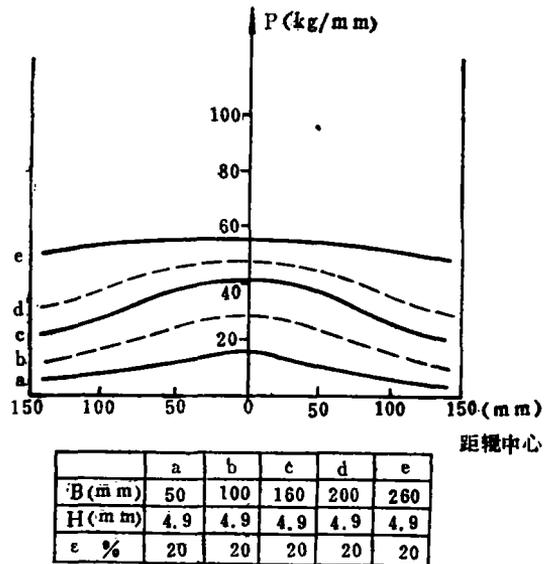


图 7 不同板宽情况下辊间压力分布图

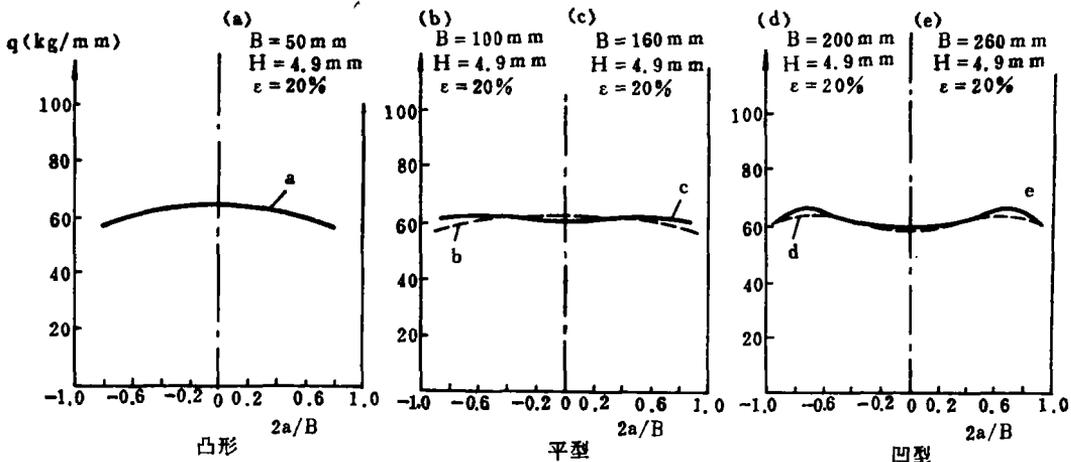


图 8 不同板宽情况下轧制压力分布图

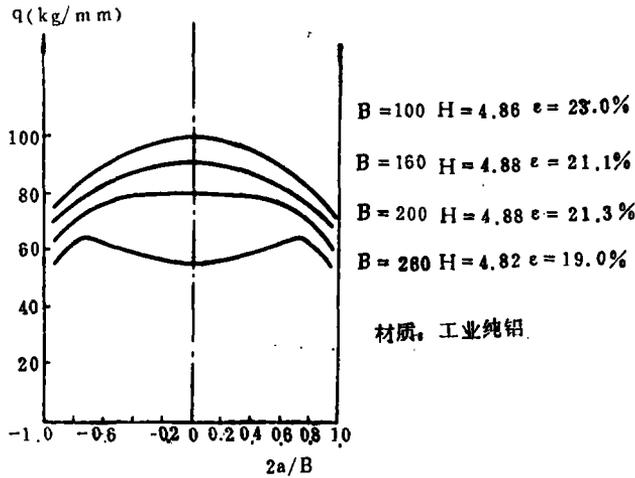


图9 轧制压力随板宽变化而变的实验曲线

根据非线性分割模型与Shohet的线性分割模型分别编制计算程序，对同样轧制条件下的计算结果进行比较，本文所介绍的模型更符合实验结果。

四、结论

1. 在原Shohet分割模型的基础上，考虑了轧制过程中的各种影响因素，确定了轧制压力与压下率之间的非线性关系等，所提出的非线性分割模型使计算结果有所改进，更符合实验结果。

2. 本文提出用宽展因子 Ψ 来描述沿板宽方向平面应变区和三维流动区金属的流动规律。计算结果与实验结果相比较，在定性上是一致的。由于计算中对同板差、公差进行了要求，因而定量上有所差异。

3. 计算结果除得到轧制压力、辊间压力、轧后板厚等沿板宽方向的分布外，还可得到沿板宽方向的内应力分布。并求得压下量、弯辊力、总轧制压力等轧制参数，供现场生产中板形调整参考。

4. 当轧辊带有原始凸度时，也可以用本文介绍的模型进行计算。当同板差较大，或板材宽而薄时，可施加弯辊力来改善轧制压力的分布，从而得到较好的板形。施加弯辊力后，辊间压力分布明显地发生变化。关于这些方面的理论计算将在另一篇文章^[20]中介绍。

附录：工作辊与板材接触变形协调方程的推导

轧制时板材与工作辊之间的变形是协调一致的，即带载辊缝与输出板材的轮廓一致（图1'）。所以

$$h(i) = C(i) - \{Y_w(i) - Z_w(i)\} \quad (1')$$

单位宽度上的轧制压力 $q'(i)$ 与在无张力轧制下的压下率 $r(i)$ 之间的关系是非线性的。

$q' \sim r$ 的关系可以表示为下式：

$$q'(i) = A(i)r(i) \quad (2')$$

此处 $A(i)$ 是随 $r(i)$ 而变化的量。又知

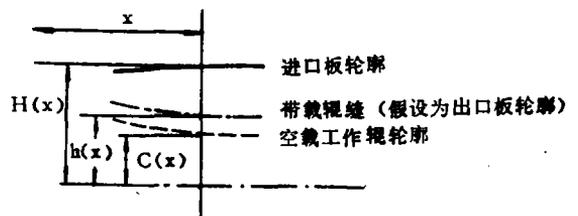


图1' 板材与工作辊变形协调的示意图

$$q'(i) = \bar{q}l' \quad (3')$$

其中 q 为平均单位压力， l' 为接触弧长。引用冷轧薄板轧制压力计算的Stone公式

$$q = K \left(\frac{e^{\frac{fl'}{h}} - 1}{\frac{fl'}{h}} \right) \quad (4')$$

和李庚唐的压扁弧长计算显式

$$l' = \sqrt{B_0^2 + \frac{R\Delta h}{m}} + B_0 \quad (5')$$

其中

$$B_0 = \frac{(\bar{h} - 0.6\Delta h)Z_0}{2(\bar{h} - 0.8fZ_0)}$$

$$m = 1 - 0.8f \frac{Z_0}{\bar{h}}$$

$$Z_0 = 2CRK$$

$$K = 1.15 \frac{\sigma_{s0} + \sigma_{s1}}{2}$$

$$C = \frac{8(1 - \nu^2)}{\pi E}$$

采用材料的幂指数硬化曲线

$$\sigma_{s1} = \sigma_{s0} + m r^n$$

对于铝^[21]， $\sigma_{s0} = 3.231 \text{ kg/mm}^2$ ， $m = 11.5972$ ， $n = 0.5539$ 。

(4')、(5')式代入(3')，式，可以得到 $q' \sim r$ 关系，如图4所示。因此，(2')式中的 $A(i)$ 是随 $r(i)$ 而变化的。当以 $q'(i)$ 表示 $r(i)$ 时得

$$r(i) = \frac{q'(i)}{A(i)} \quad (7')$$

又因为

$$h(i) = H(i)(1 - r(i))$$

所以

$$h(i) = H(i) \left[1 - \frac{q'(i)}{A(i)} \right] \quad (8')$$

将(8')式代入(1')式得

$$\frac{H(i)}{A(i)} (A(i) - q'(i)) = C(i) - Y_w(i) + Z_w(i) \quad (9')$$

当考虑到前、后张力的影响时，引用志田茂的张力因子 ξ

$$\xi = \left(1 - \frac{\sigma_B}{K} \right) \left(1.05 + 0.10 \frac{1 - \frac{\sigma_F}{K}}{1 - \frac{\sigma_B}{K}} \right) - 0.15 \frac{1 - \frac{\sigma_B}{K}}{1 - \frac{\sigma_F}{K}} \quad (10')$$

对于单张轧制情况， $\sigma_B = 0$ ，所以

$$\xi = 1.05 + 0.10 \left(1 - \frac{\sigma_F}{K} \right) - 0.15 \left(\frac{K}{K - \sigma_F} \right) \quad (11')$$

因为 $q = \xi q'$, 所以

$$q' = \frac{q}{\xi} = \frac{q}{1.05 + 0.10 \left(1 - \frac{\sigma_F}{K} \right) - 0.15 \left(\frac{K}{K - \sigma_F} \right)} \quad (12')$$

将 (12') 式代入 (9') 式得

$$\begin{aligned} & \frac{H(i)}{A(i)} \left[A(i) - \frac{q_j}{1.05 + 0.10 \left(1 - \frac{\sigma_F}{K} \right) - 0.15 \left(\frac{K}{K - \sigma_F} \right)} \right] \\ & = C(i) - Y_w(i) + Z_w(i) \end{aligned} \quad (13')$$

再将工作辊的变形

$$Y_w(i) = \sum_{j=1}^m p_j \alpha_{j,w} \Delta x - \Phi_j \sum_{j=1}^m q_j \alpha_{j,w} \Delta x + Z_w(i) - G_w$$

代入 (13') 式, 便得

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^m p_j \alpha_{j,w} \Delta x - \sum_{j=1}^m \Phi_j q_j \alpha_{j,w} \Delta x - \frac{H(i)}{A(i)} \frac{q_j}{1.05 + 0.10 \left(1 - \frac{\sigma_F}{K} \right) - 0.15 \left(\frac{K}{K - \sigma_F} \right)} \\ & - G_w = C(i) - H(i) \end{aligned}$$

将宽展因子 $\Psi(i)$ 代入上式, 同时因为上式为辊一板间的谐调方程, 所以两边需乘以 Φ_j , 即

$$\begin{aligned} & \Phi_j \left[\sum_{j=1}^m p_j \alpha_{j,w} \Delta x - \sum_{j=1}^m \Phi_j q_j \alpha_{j,w} \Delta x - \right. \\ & \left. \frac{H(i)}{A(i)} \frac{q_j}{1.05 + 0.10 \left(1 - \frac{\sigma_F}{K} \right) - 0.15 \left(\frac{K}{K - \sigma_F} \right)} \frac{1}{\Psi(i)} - G_w \right] \\ & = \Phi_j [C(i) - H(i)] \end{aligned} \quad (15')$$

这就是工作辊与板材接触变形谐调方程。

参考文献

- (1) Stone, M.D., Iron & Steel Engr. 42-8 (1965), 73.
- (2) 盐崎宏行, 塑性と加工, 9-8 (1968-5), 315.
- (3) 铃木弘. ほか, 生产研究, 20-7 (1968), 365. 21-4 (1969), 25.
- (4) 本城恒, 石川岛播磨技报, (1673-1), 41.
- (5) 连家创, 东北重机学院学报, (1980-1), 1.
- (6) 松浦佑次. ほか, 塑性と加工, 9-86(1968-3), 168. 10-102(1969-7), 535.
- (7) 本村贡, 塑性と加工, 16-168 (1975-1), 3.
- (8) Shohet, K.N., Townsend, N.A., J. Iron & Steel Inst, 206-11 (1968), 1088.

- (9) Hesselberg, W. C. F. & Sims, R. B., Proc. Inst. Mech. Engr, 166 .
(1952) , 75.
- (10) 上田长正, 神戸制钢技报, 21—1 (1971-1) , 96.
- (11) 中島浩卫, 铁と钢, 63—9 (1977-8) , A111.
- (12) 戸泽康寿.ほか, 塑性と加工, 11-108 (1971) , 29.
- (13) Roark, Raymond, J., Formulas for stress and strain, (1954) ,
288.
- (14) 赵志业, 金属塑性变形与轧制理论, (1980) , 386.
- (15) 李庚唐, 鞍钢技术, (1974—3) , 36.
- (16) 美坂佳助, 塑性と加工, 8-75 (1967-4) , 188.
- (17) 志田茂, 塑性と加工, 14-146 (1973-3) , 195.
- (18) 杉山纯一.ほか, 塑性と加工, 14-152 (1973-9) , 709.
- (19) 茹铮, 潘显华, 乔端, 沿板宽方向轧制压力分布规律的实验测定, 北京金属学会
压力加工学术会议论文, (1981-11) .
- (20) 乔端, 刘宝珩, 陈肖梅 板形调整的理论计算, (待发表) .
- (21) 乔端, 茹铮, 钱仁根, 北京钢铁学院学报, (1981-2) , 132.