

复合型疲劳试验与折线裂纹强度因子计算

力学教研室 洪伟 王 彬

摘 要

本文用三点弯曲偏裂纹试样研究了 I-II 复合型裂纹的疲劳扩展。由于裂纹扩展呈折线形, 所以首先研究了折线裂纹应力强度因子的计算方法, 并对计算结果用有机玻璃进行了实验验证。从而可以对疲劳裂纹扩展的数据进行有效的整理, 得以说明一些判据的可用性, 并对有关问题进行讨论。

一、引 言

一般地说, 复合型裂纹在交变载荷下并不沿原始裂纹方向扩展, 扩展后的裂纹往往呈折线形, 由于折线裂纹的应力强度因子难以计算给复合型裂纹疲劳扩展规律的研究造成很大困难。因此, 折线裂纹的应力强度因子的计算已成为断裂力学工作者极为关注和试图尽力解决的课题。

日本学者北川英夫^[1]用复变函数保角变换的方法计算了含折线裂纹的无限大板的应力强度因子, 如图 1 所示。并且指出当分支裂纹bc和主裂纹ab之比 $bc/ab > 0.3$ 时, 用倾斜裂纹ce代替折线裂纹可以得到十分近似的结果。

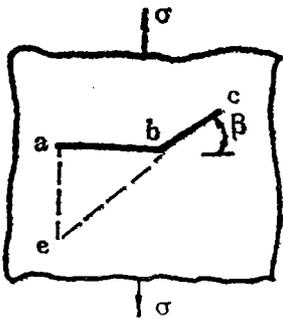


图 1

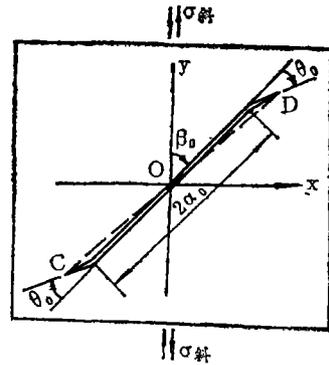


图 2

薛昌明^[2]对中心含斜裂纹承受拉伸交变载荷的宽平板进行了研究, 提出把扩展后呈Z形的裂纹用斜直线裂纹CD代替, 图2所示。并且提出以最小应变能密度因子的幅值为参量的扩展方程

$$\frac{\Delta a}{\Delta N} = C(\Delta S_{min})^n \quad (1)$$

得到了与实验比较符合的结果。

在断裂力学实验中,三点弯曲含偏裂纹试样,具有试样制备简单,疲劳机吨位要求低等优点,因而可以用三点弯曲偏裂纹试样进行复合型裂纹疲劳试验。三点弯曲偏裂纹试样在疲劳载荷下沿与原始裂纹呈一定角度近似沿直线扩展。如图3所示,ab为原始裂纹,bc为疲劳裂纹扩展的轨迹。

有人曾应用这种三点弯曲试样研究了I-I型裂纹的扩展规律,并提出用等r线上的周向应力为参量的扩展方程

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K_{\sigma})^n \quad (2)$$

其中 $\Delta K_{\sigma} = \cos^2\left(\frac{\beta}{2}\right)\left(\Delta K_I \cos\frac{\beta}{2} - 3\Delta K_{II} \sin\frac{\beta}{2}\right)\Delta K_I$, ΔK_{II} 的计算是用图3中的cd直裂纹代替折线裂纹abc。

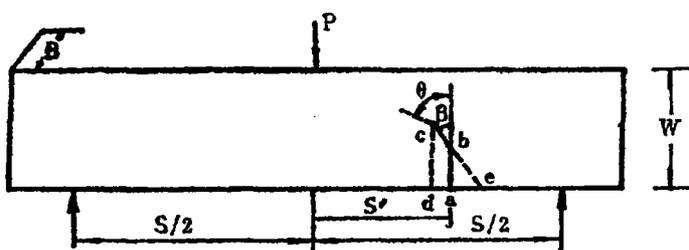


图3

在(1)、(2)式中,对于应力强度因子的计算都是采用一种直裂纹代替折线裂纹,此直裂纹的取向与折线裂纹尖端的方向是不一致的,这种代替方法没有反映出分支裂纹的取向不同时给应力强度因子带来的影响,与文献^[1]的方法相比,缺乏明确的近似性说明。

本文提出一种计算折线裂纹的应力强度因子的方法,并且用实验验证了这个方法的可用性。于是,可以有效地整理实验数据,得以说明裂纹扩展方程的可用性。

复合型裂纹疲劳扩展除上述(1)、(2)式外,还有其它参量形式,见文献^{[8][4]}。对于三点弯曲偏裂纹的情形,由于裂纹扩展近似为直线,所以如用能量释放率的幅值为参量其物理意义和计算公式将更好,即

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta G)^n \quad (3)$$

本文将对(1)、(2)、(3)式进行比较说明。

二、折线裂纹强度因子的计算方法

中国科学院力学所^[5]用边界配置法计算了三点弯曲含垂直于边界的偏裂纹的应力强度因子。本文采用大致相同的方法编制了计算程序,计算了三点弯曲含与边界呈任意角度的偏斜裂纹的应力强度因子(图3中的ce裂纹)。

我们用有机玻璃(PMMA)进行三点弯曲复合型脆性断裂实验,对计算程序进行实验

由每一个 a_1 ，用本文提出的方法计算折线裂纹的 ΔK_I 、 ΔK_{II} 值，列于第二、三栏。表 2 中是选用一个试件的数据，该试件的疲劳开折角 $\theta = 25.5^\circ$ ，主裂纹 $ab = 6.8 \text{ mm}$ ，载荷值 $\Delta P = 375 \text{ kg}$ ，应力比 $R = 0.107$ 。表 2 中共选取 a_1 有 14 个点，其中 $a_1 = 2.0 - 5.0$ 的七个点，可以用斜裂纹 ce 代替。用边界配置法计算 ΔK_I ， ΔK_{II} 。 $a_1 = 0$ 的点应用 (4) 式计算，其他 $a_1 = 0.15 - 1.5$ 的六个点应用插值法计算 ΔK_I 、 ΔK_{II} 值。

根据每一个 a_1 的 ΔK_I 、 ΔK_{II} 值，就可以计算扩展方程 (1)，(2)，(3) 中的各参量。为了使结果容易鉴别，把 (1) (2) (3) 式作如下变换。由试验知道疲劳裂纹扩展的分支是呈直线的轨迹。所以 (3) 式中的

$$\Delta G = \frac{1-V^2}{E}(\Delta K_I^2 + \Delta K_{II}^2) = \frac{1-V^2}{E}(\Delta K_G^2) \quad (5)$$

$$\Delta K_G^2 = \Delta K_I^2 + \Delta K_{II}^2 \quad (6)$$

则 (3) 式可以改换为

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K_G^2)^n \quad (7)$$

而 (2) 式中的

$$\Delta K_\sigma = \cos^3 \frac{\theta}{2} \left[\Delta K_I - 3\Delta K_{II} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right] \quad (8)$$

令

$$\Delta K_\sigma^2 = \left[\frac{\Delta K_\sigma}{\cos^3 \frac{\theta}{2}} \right]^2 = \left[\Delta K_I - 3\Delta K_{II} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right]^2 \quad (9)$$

则 (2) 式也可以改写为

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K_\sigma^2)^n \quad (10)$$

同样 (1) 式中的

$$\Delta S = S_{max} - S_{min} = a_{11} \Delta K_I^2 + 2a_{12} \Delta K_I \Delta K_{II} + a_{22} \Delta K_{II}^2 \quad (11)$$

这里直接用幅值 ΔK_I 、 ΔK_{II} 近似计算 ΔS ，因为应力比较小接近脉动循环。令

$$\Delta K_s^2 = \frac{\Delta S}{a_{11}} = \Delta K_I^2 + \frac{2a_{12}}{a_{11}} \Delta K_I \Delta K_{II} + \frac{a_{22}}{a_{11}} \Delta K_{II}^2 \quad (12)$$

则 (1) 式可以改写为

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K_s^2)^n \quad (13)$$

当 $\Delta K_{II} = 0$ ，有

$$\Delta K_G = \Delta K_\sigma = \Delta K_s = \Delta K_I$$

所以 (7)、(10)、(13) 三种判据式中 A ， n 值，应该分别是同一个值，且等于用 I 型 ΔK_I 测得的 A ， n 值。这一点是检验三种判据式是否可用的一个基本条件。

K_G^2 、 K_σ^2 和 K_s^2 的计算结果列于表 2 的第四、五、六栏，并取对数，用 $\log(\Delta K^2)$ 和 $\log \frac{da}{dN}$ 为坐标可以绘得图 6。图 6 上方的近似直线的点为该材料 I 型的 $\log \Delta K_I^2 - \log \frac{da}{dN}$ 的实验线。

从图6可以看到，三种复合型的判据式彼此很接近，并且图形接近于两段直线，也就是说三种判据式对复合型裂纹扩展似乎均是可用的。

问题是三种判据式所得出的 I—II 型的实验线并不与 I 型裂纹的实验线相近，而且相差较大，不符合于 (14) 式的结论。另外从 ΔK_G 和 ΔK_I 的实验线，还可以看到 BC 段，DE 段和 CD 段的斜率并不一致，且后者大于前两者。

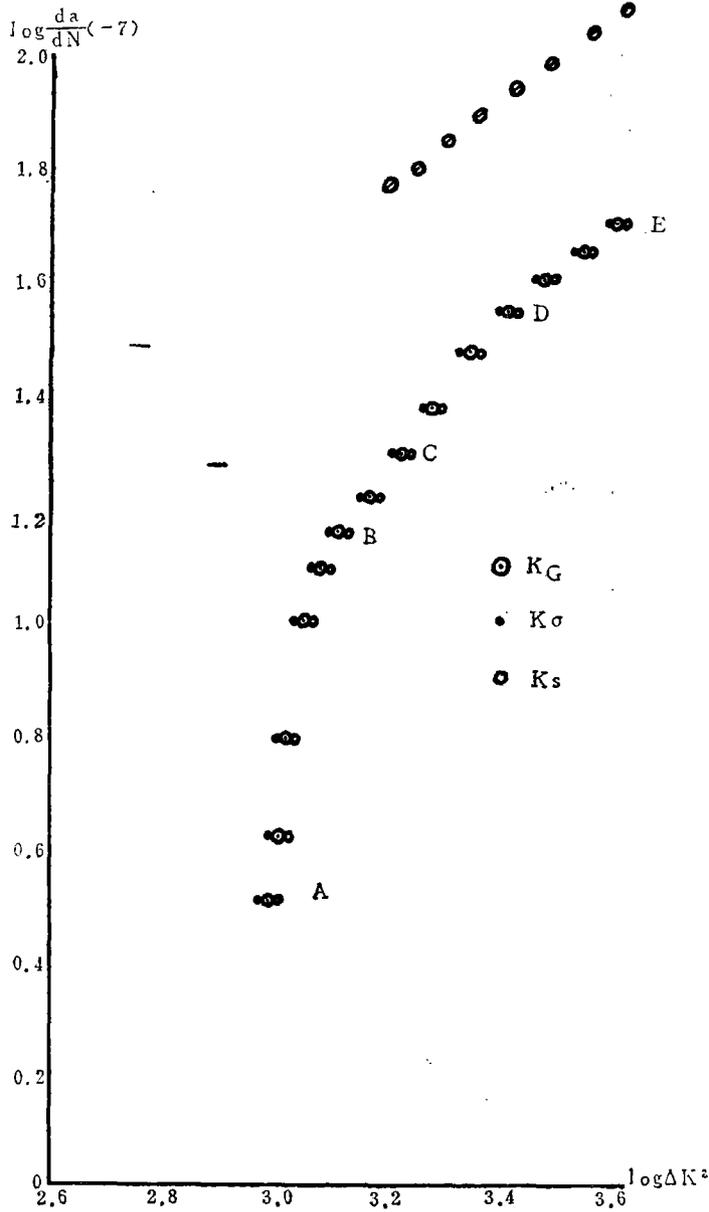


图 6

从这两点差别，有理由认为 K_{II} 的存在将使裂纹扩展速度改变。因此可以设想，如果试验中的 ΔK_{II} 变化范围较大时，实验线将是一条曲线，即三种判据式不能适用。只有当 ΔK_{II} 变化范围较小时，实验线才能近似为直线。如图 6 中的 CD 段。

关于这方面的问题，还需有进一步的工作来说明。

验证。实验表明,当 $\frac{bc}{ab} > 0.2$ 时,折线裂纹的开裂角与斜裂纹 ce 的开裂角相同。说明当 $\frac{bc}{ab} > 0.2$ 时,折线裂纹可以用斜裂纹代替,二者应有相同的应力强度因子。对于 $\frac{bc}{ab} < 0.2$ 的情况,实验表明,折线裂纹与斜裂纹的开裂角有所不同,说明这时不能用斜裂纹代替折线裂纹来计算折线裂纹的应力强度因子。我们认为可以用线性插值法计算 $0 < \frac{bc}{ab} < 0.2$ 范围内的应力强度因子。因为在 $bc = 0$ 极限条件下的折线裂纹的应力强度因子可以用纽斯曼提出的公式计算^[7],如图4。

$$\left. \begin{aligned} K_{I0} &= \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [K_I(1 + \cos\theta) - 3K_{II}\sin\theta] \\ K_{II0} &= \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [K_I\sin\theta + K_{II}(3\cos\theta - 1)] \end{aligned} \right\} (4)$$


其中 K_I 、 K_{II} 为直线裂纹 ab 无扩展时的应力强度因子。

图4

为了验证这一插值法的近似性,我们将这种方法用于无限板中的折线裂纹,与北川英夫的计算值比较,误差为5%。综合以上的方法即可计算三点弯曲试样任意位置的折线裂纹的应力强度因子。

三、计算结果的实验验证

我们采用聚苯基丙烯酸甲酯 (PMMA) 有机玻璃板制作含直线、斜线和折线裂纹的三点弯曲试样。(见图5)

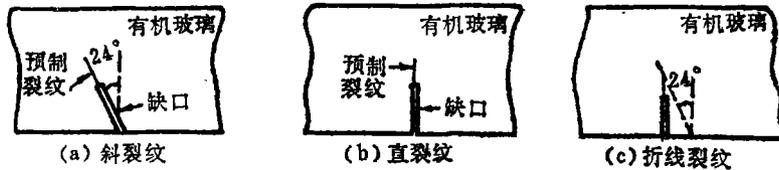


图5

裂纹制作方法有一些需要注意的问题,这里不再细述。

试样外部尺寸(图3) $B \times W \times S = 11 \times 39 \times 156 \text{ mm}$

将试样在万能试验机上缓慢加载压断,用20倍工具显微镜测量开裂角度,然后计算结果进行比较,列于表1。

由表1计算结果与实验的比较可以得到以下几点结论:

1. 本文编制的边界配置法计算程序是合理可行的。
2. 用直裂纹代替斜裂纹有较大误差,当 $\frac{bc}{ab} \geq 0.2$ 时折线裂纹用斜裂纹代替差别很小,当 $\frac{bc}{ab} < 0.2$ 时差别较大。

3. 对于 $0 < \frac{bc}{ab} < 0.2$ 范围内的折线裂纹应力强度因子及开裂角,采用线性插值计算与实验基本相符并能反映实验开裂角在此范围内的变化趋势。用斜裂纹计算出的开裂角与折线裂纹开裂角的变化趋势不同。

表 1

计算与实验 比较的内容	裂纹 类型	裂纹尺寸及位置				实验 开裂 角 θ°	计 算 值			计算方法
		S	ab	bc/ab	β		$K_1 BW_{r_2}/P$	$K_n BW_{r_2}/P$	开裂角 θ°	
验证程序	斜	39	19.5	0	25	19.5			19.34	边界配置
"	直	"	"	0	0	17.5	5.43	-0.87	17.3	"
$\frac{2S'}{S} = \frac{1}{2}$	折	"	"	0.2	17.5	17.5				"
	斜	"	"	0.2	17.3	17.5	7.804	-0.011	17.46	"
$\frac{bc}{ab} = 0; 0.2$	"	"	"	0	"	19.5	5.693	-0.096	19.2	"
	"	"	"	0	"	19.5	5.693	-0.096	19.2	"
$\frac{2S'}{S} = \frac{1}{3}$	折	26	"	0.05	24	16.0	7.689	0.522	16.32	插值法
	"	26	"	0.10	"	16.5	9.778	0.643	16.55	"
$\frac{bc}{ab} = 0 \sim 0.2$	"	"	"	0.15	"	16.8	11.867	0.765	16.69	"
	"	"	"	0.20	"	17.0	13.956	0.886	16.80	"
$\frac{2S'}{S} = \frac{1}{3}$	斜	"	"	0.05	"		9.049	0.53	17.3	边界配置
	"	"	"	0.10	"		10.808	0.667	17.0	"
$\frac{bc}{ab} = 0 \sim 0.2$	"	"	"	0.15	"		12.233	0.734	17.1	"
	"	"	"	0.20	"	17.0	13.956	0.886	16.8	"

四、疲劳试验结果与讨论

试验采用 40Cr 材料, 试样形状如图 3, 尺寸为 $B \times W \times S = 10 \times 20 \times 80 \text{ mm}$, $S' = 20 \text{ mm}$ 。在疲劳试验过程中读取振动次数 (N_1) 和分支裂纹扩展长度 (a_1), 然后绘出 $a-N$ 曲线, 选取一系列 a_1 点和相应的 da/dN , 列于表 2:

表 2

a_1, mm	$\log \frac{da}{dN} (-7)$	ΔK_1	ΔK_{11}	$\log \Delta K_6^2$	$\log \Delta K_7^2$	$\log \Delta K_8^2$
0	0.5051	31.01	-2.61	2.9861	2.9830	2.9906
0.15	0.6191	31.74	-2.24	3.0054	3.0032	3.0086
0.25	0.7959	32.22	-2.00	3.0179	3.0163	3.0204
0.50	1.0000	33.44	-1.39	3.0493	3.0485	3.0504
0.75	1.0969	34.65	-0.77	3.0796	3.0794	3.0799
1.00	1.1576	35.86	-0.16	3.1092	3.1092	3.1092
1.50	1.2219	38.29	1.07	3.1665	3.1662	3.1670
2.00	1.3010	40.71	2.29	3.2208	3.2194	3.2228
2.50	1.3802	43.47	2.80	3.2782	3.2764	3.2808
3.00	1.4771	46.87	2.62	3.3431	3.3418	3.3452
3.50	1.5441	50.57	3.05	3.4094	3.4078	3.4117
4.00	1.6021	54.47	3.07	3.4737	3.4723	3.4758
4.50	1.6532	58.77	3.08	3.5395	3.5383	3.5413
5.00	1.6990	63.24	3.17	3.6031	3.6020	3.6047

结 论

1. 三点弯曲试样的折线裂纹,当分支裂纹长度与主裂纹长度之比值大于0.2时,可以用边界配置法按斜裂纹求出应力强度因子。此比值小于0.2时可以用插值法计算。

2. 疲劳复合型裂纹扩展方向与一次断裂方向不同,一般大于一次断裂。把一次断裂的判据理论直接推广用于疲劳裂纹的扩展,可能不适用。而且对于复合型疲劳裂纹扩展方程直接应用与I型疲劳裂纹扩展方程的两个系数,只有当疲劳裂纹扩展过程中 K_{II} 较小时才近似可用。一般来说I—II型疲劳的A、n值与I型疲劳的A、n值应该是不同的。

参 考 文 献

- (1) Kitagawa.H., Yuuki.R., and Ohira.T., Eng. Frac Mech 7 (1975)515
 - (2) Sih. G.C, Eng. Frac.Mech, 13 (1980), 439.
 - (3) Tocr. P. M, Eng, Frac. Mech.7 (1975) 321.
 - (4) 汪懋骅, 固体力学学报, 1983, 4期, P620.
 - (5) 中国科学院力学所, 力学, 1976, 3期, P168.
- Nuismer, R.J., Inter. Journal of Frac., 11 (1975), 245.

Complex fatigue test and calculations of
stress intensity factor of bent crack

Hong Wei Wang Cheng

Abstract

In the research of fracture mechanics, although straight line crack is the most simple and useful crack model, One of the reason is that straight line crack can expand and change into bent line crack in the complex stresses condition. it is difficulty to calculate the SIF of bent crack. so it is also difficulty to research complex fatigue extension law.

In this paper, the bent cracks were studied by the calculation of the SIF of a bent crack which contained three bent point specimen, the computations that verified by experimenting was applied to the research of complex type fatigue extension law.