

# 火焰炉热交换模型—区域法的改进

林立新 陈鸿复 邱夏陶

(热能工程系)

## 摘 要

本文针对区域法(或称“段法”)的建立火焰炉热交换数学模型的实际计算中存在计算层次太多、占计算机内存太大的缺点,提出了“炉段假想面”区域法。用该法对一座逆流燃油加热炉及一座顺逆流燃油加热炉进行了预示计算。在预示计算中,应用Dunkle提出的几何平均射线行程计算辐射直接交换面积。非线性的区域能量方程组的求解采用Broyden方法。计算结果表明“炉段假想面”区域法比传统的区域法具有计算简单、收敛速度快、占计算机内存少等优点,而且计算精度较高。

**关键词:** 假想面, 区域法, 加热炉, 热交换模型

## Improvement of Zone Method in Establishing the Heat Transfer Model of Flame Furnace

*Lin Lixin Chen Hongfu Qin Xiatao*

## Abstract

In order to eliminate the shortcomings of onerousness of calculation and of too many memory spaces needed in the practical calculation of establishing the heat transfer mathematical model of flame furnace by the zone method, "furnace section imaginary area" zone method has been developed in this paper. The predicated calculation of two oil-fired continuous reheating furnaces has been carried out using this method. The radiant direct exchange areas have been solved by applying Dunkle's

concept of geometric mean beam length of travel. The solution of the non-linear zone energy coupled equations is obtained by Broyden method. The calculating results show that in comparison with the conventional zone method, "furnace section imaginary area" zone method has the advantage of simplicity, more accuracy, rapid convengency and occupying less memory space.

Key words, imaginary, zone method, reheating furnace, heat transfer model

## 前 言

早在1958年, Hottel和Cohen提出了区域法(或称“段法”)<sup>(1)</sup>为灰壁面、充满真实气体的封闭系统辐射传热问题,建立了完整的数学描述和计算方法。该法把炉膛空间和炉墙表面等划分成许多小面积区域与小体积区域,每一区域被视为有相同的物理化学性质,进而根据每一区域在空间的位置计算彼此间的辐射传热,并对所划分的每一个区域 $dV$ 与 $dA$ 建立热平衡方程:

$$4\sigma KT_g^4 dV = q_b + q_r + q_c \quad (1)$$

$$\sigma \epsilon_s T_s^4 dA = q_a + q_r + q_c \quad (2)$$

式中  $\sigma$ 为斯蒂芬-玻尔兹曼常数,  $= 5.67 \times 10^{-8} \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ;  $K$ 是气体介质的减弱系数,  $1/\text{m}$ ;  $dV$ 为体积单元,  $\text{m}^3$ ;  $dA$ 为表面单元,  $\text{m}^2$ ;  $q_b$ 为 $dV$ 的换热量,  $\text{W}$ ;  $q_r$ 是 $dV$ 或 $dA$ 的辐射传热量,  $\text{W}$ ;  $q_c$ 为对流方式向同一个 $dV$ 或 $dA$ 的传热量,  $\text{W}$ ;  $q_a$ 是 $dA$ 壁面上的净吸收热量,  $\text{W}$ ;  $T_g$ 是气体介质的温度,  $\text{K}$ ;  $T_s$ 为表面区域温度,  $\text{K}$ 。

通过联立式(1)、(2)的方程组,可求解出炉膛内的温度场分布和炉膛受热面的吸收热量。

目前,区域法在应用于求解复杂炉膛的热交换过程中存在下列问题:

(1)划分的区域越多,计算结果愈准确,但常常受到计算机贮存的限制,并且计算工作量过大和计算费用昂贵。

(2)对于炉体结构比较复杂的炉型,不仅需要考虑到炉围遮蔽的辐射效应,并且使一些辐射交换面积无法进行运算。

(3)各区域之间辐射直接交换面积的计算量大且复杂。

(4)所联立的非线性区域能量方程组求解困难。

本文针对上述问题,改进了通常的数值分析方法,开发了一种简单而又有效的“炉段假想面”区域法,有利于火焰炉的数学模型实验。

## 1 “炉段假想面”区域法

“炉段假想面”区域法是在区域法的基础上,通过在空间引入若干个假想面,以减少空间各区域间辐射传热计算量及计算难度的一种方法。其主要思想是:

(1) 通过把几何形状复杂的炉膛按照炉子的热工特性或者是按照几何尺寸的特殊要求划分成若干个几何形状比较规则的炉段, 在每个炉段之间的分界面称之为假想面, 并认为假想面具有可透过所有的投射辐射, 并把它看作是假想面的自身扩散辐射性质。这样, 两炉段各区域之间的彼此辐射传热的重担就由两炉段之间所引入的假想面来承担。

(2) 在每一个炉段上存在有 1 ~ 6 个假想面。该炉段内的假想面与固体壁面及所包含的气体介质形成了一个完整的封闭体系。在这个几何形状较规则的封闭体系内, 把炉膛空间、固体壁面和假想面再划分成若干个气体区域与面积区域, 用区域法求解该炉段内的温度场与热流场分布。该炉段独立完成温度场和热流场的计算, 从而避免了与其它炉段各区域的辐射热交换所带来的大量繁杂计算和计算难度。

(3) 这个空间假想面的计算程序是这样的: 对每一个炉段内的所有区域建立热平衡方程时, 认为每个小的假想面区域都处于辐射平衡状态, 通过解非线性区域能量方程组, 可得出假想面的温度分布。由于两个相邻炉段存在有一个相同假想面, 但在不同的炉段, 假想面建立了相应不同的热平衡方程, 各自算出了温度分布, 这两个温度分布的差别就代表了引入假想面所造成的误差。这个误差值可达 10% 左右。为此, 本文引入了辐射松弛量  $Q_R$  与辐射剩余量  $Q_S$  来修正这个误差。

对于高温炉段, 假想面区域的热平衡方程为:

$$Q_L + Q_S - Q_z = 0 \quad (3)$$

对于低温炉段, 有

$$Q_L + Q_R - Q_z = 0 \quad (4)$$

式中  $Q_L$  为所有区域给假想面区域的辐射传热量,  $W$ ;  $Q_z$  是假想面区域的自身辐射,  $W$ 。

计算结果表明, 引入假想面的概念引起的误差不大于 2%。

## 2 火焰炉热交换模型的建立

建立炉段内任一区域的热平衡方程如下。

表面区  $S_i$ :

$$\sum_{j=1}^{N_s} \frac{(S_j S_i)}{(S_j S_i)} \sigma T_{s_j}^4 + \sum_{j=1}^{N_g} \frac{(G_j S_i)}{(G_j S_i)} \sigma T_{g_j}^4 - A_i \epsilon_i \sigma T_{s_i}^4 + Q_c - Q_a + Q_x = 0 \quad (5)$$

式中:  $Q_c$  为烟气以对流方式传至表面区的热量,  $W$ ;  $Q_a$  为表面区获得的净热量,  $W$ ; 若该区为耐火墙表面, 可认为是散热损失; 若该区是假想面区域,  $Q_x$  是辐射松弛量或辐射剩余量,  $W$ ;  $N_s$  是表面区域划分的个数;  $N_g$  是气体区域划分的个数。

气体区  $V_i$ :

$$\sum_{j=1}^{N_g} \frac{(G_j G_i)}{(G_j G_i)} \sigma T_{g_j}^4 + \sum_{j=1}^{N_s} \frac{(S_j G_i)}{(S_j G_i)} \sigma T_{s_j}^4 - 4KV_i \sigma T_{g_i}^4 + Q_m + Q_A - Q_c + \Delta H_{f,i} = 0 \quad (6)$$

式中:  $Q_m$ 为 $V_i$ 区燃料燃烧放出的热量, W; 若该区无燃烧, 该项为零;  $Q_A$ 是雾化剂、预热空气等带入的物理热, W;  $Q_c$ 是烟气以对流方式传至相邻表面区的热量, W, 若 $V_i$ 不与表面区接触, 该项为零;  $\Delta H_{e_i}$ 为烟气进出 $V_i$ 区的焓差, W。

方程式(5)、(6)中的 $\overline{(S_j S_i)}$ 、 $\overline{(S_j G_i)}$ 、 $\overline{(G_j S_i)}$ 、 $\overline{(G_j G_i)}$ 称为两区域间的辐射总交换面积, 它包括各区域之间的无限多次的辐射、吸收、反射过程, 利用有效辐射与投射辐射的概念, 辐射总交换面积可由两区间的辐射直接交换面积 $\overline{S_j S_i}$ 、 $\overline{S_j g_i}$ 、 $\overline{g_j S_i}$ 、 $\overline{g_j g_i}$ 求出, *Hottel*推导出来的行列式<sup>[2]</sup>比较复杂, 尤其对于分区数目较多的问题更甚。本文根据文献〔3〕所给出的迭代式进行运算。

$$\overline{(S_j S_i)} = \epsilon_j \epsilon_i \overline{S_j S_i} + \epsilon_i \sum_{l=1}^{N_s} \frac{\rho_l}{F_l} \overline{(S_j S_l)} \cdot \overline{S_l S_i} / \epsilon_l \quad (7)$$

$$\overline{(G_j S_i)} = \epsilon_i \overline{g_j S_i} + \epsilon_i \sum_{l=1}^{N_s} \frac{\rho_l}{F_l} \overline{(G_j S_l)} \cdot \overline{S_l S_i} / \epsilon_l \quad (8)$$

$$\overline{(S_j G_i)} = \epsilon_j \overline{S_j g_i} + \sum_{l=1}^{N_s} \frac{\rho_l}{F_l} \overline{(S_j G_l)} \cdot \overline{S_l g_i} / \epsilon_l \quad (9)$$

$$\overline{(G_j G_i)} = \overline{g_j g_i} + \sum_{l=1}^{N_s} \frac{\rho_l}{F_l} \overline{(G_j S_l)} \cdot \overline{S_l g_i} / \epsilon_l \quad (10)$$

式中:  $\epsilon$ 为表面区域的黑度;  $\rho$ 为表面区域的反射率;  $F$ 为表面区域的面积,  $m^2$ 。

式(7)、(8)、(9)、(10)联立用于分区数目较多情况的计算机求解是非常方便的。

但是, 辐射总交换面积的计算是以辐射直接交换面积的已知为基础的。因此, 可以看出区域法的求解关键是辐射直接交换面积的计算。

辐射直接交换面积 $\overline{S_j S_i}$ 、 $\overline{g_j S_i}$ 、 $\overline{S_j g_i}$ 、 $\overline{g_j g_i}$ 的积分解析式如下:

$$\overline{S_j S_i} = \int_{X_i} \int_{X_j} \int_{Y_i} \int_{Y_j} \frac{\cos \theta_j \cdot \cos \theta_i}{\pi r_{ji}^2} \tau_{ji} dX_j dY_j dX_i dY_i \quad (11)$$

$$\overline{g_j S_i} = \int_{Y_i} \int_{Z_i} \int_{X_j} \int_{Y_j} \int_{Z_j} \frac{K_j \cdot P \cdot \cos \theta_i}{\pi r_{ji}^2} \tau_{ji} dY_i dZ_i dX_j dY_j dZ_j \quad (12)$$

$$\overline{S_j g_i} = \int_{X_i} \int_{Y_i} \int_{Z_i} \int_{X_j} \int_{Y_j} \int_{Z_j} \frac{K_i \cdot P \cdot \cos \theta_j}{\pi r_{ji}^2} \tau_{ji} dX_i dY_i dZ_i dX_j dY_j dZ_j \quad (13)$$

$$\overline{g_j g_i} = \int_{X_i} \int_{Y_i} \int_{Z_i} \int_{X_j} \int_{Y_j} \int_{Z_j} \frac{K_j K_i \cdot P^2}{\pi \cdot r_{ji}^2} \tau_{ji} dX_i dY_i dZ_i dX_j dY_j dZ_j \quad (14)$$

式中:  $K$ 为气体介质的减弱系数,  $1/m$ ;  $\tau$ 为两区间的辐射透射率;  $r_{ji}$ 为两区间的距离,  $m$ ;  $\theta$ 为辐射方向与法线方向的夹角;  $P$ 是气体区域的压力。

从式(11)、(12)、(13)、(14)可以看出两区间的辐射直接交换面积是其形

状、大小、相对位置以及两区域间介质的辐射透射率的函数,求算是相当困难与繁杂的。为了简化上述运算,作者引入了Dunkle在1964年提出的几何平均射线行程(Geometric Mean Beam Lengths)的概念<sup>(4)</sup>,给出了近似计算辐射直接交换面积的解析式,大大简化了辐射直接交换面积的计算,通过举例进行直接交换面积总体相对误差的计算;结果表明,该法有很高的计算精度。

对于区域能量方程组(式(15))的求解,本文应用了Broyden在1969年开发的Broyden算法<sup>(5)</sup>,它具有超线性收敛速度快,需要计算机存贮空间小等优点。但是Broyden算法在求解一般非线性方程组的过程中,由于方程组的排列顺序及初始迭代初值的不合适等,经常出现构造的逼近Hesse逆矩阵序列 $\{H_k\}$ 为零的情形,导致溢出现象。但作者应用该法求解区域能量方程组时,调整了几组与计算结果相差较大的迭代初值,该法均能正常执行,表明了用Broyden算法求解区域能量方程组是非常有效的。

$$[A][T^4] + [B][T] + [C] = [0] \quad (15)$$

式中  $[A]$ 、 $[B]$ 、 $[C]$  均为系数矩阵。

### 3 计算实例

以现场的一座 $31.52 \times 3.5 \text{m}^2$ 的燃油端出料全逆流加热炉(如图1)及一座 $32.564 \times 3.508 \text{m}^2$ 的燃油端出料顺逆流加热炉(如图2)作为计算对象作了实例计算。

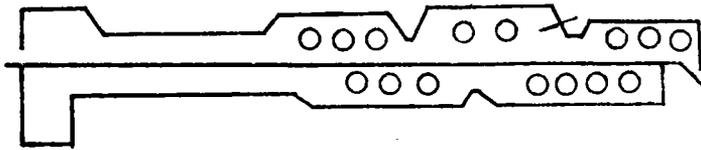


图1 全逆流连续加热炉  
Fig.1 Complete counter current reheating furnace

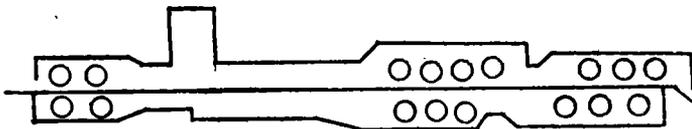


图2 顺逆流连续加热炉  
Fig.2 Along-counter current reheating furnace

本文建立的模型只对炉膛上部的热交换场作了预示计算,炉内热交换场作了如下假设:

- (1) 热交换场是三维空间调和场。
- (2) 热交换场是由几个灰表面包围的封闭系统。
- (3) 热交换场是由几种光学性质均匀的灰气体组成。

本文建立的模型划分炉膛上部为102个区域，计算过程在M-150计算机上进行，整个计算过程的计算精度为1.0℃。

计算结果见图3~图6。本模型的计算结果经过现场的初步工业试验的验证，表明本模型有较高的精度。

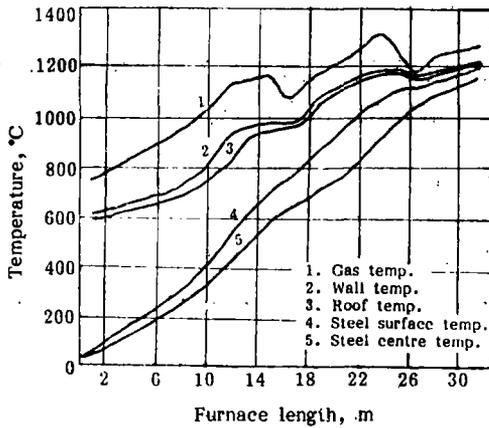


图3 全逆流加热炉的炉内温度分布  
Fig.3 Temperature distribution in complete counter current reheating furnace

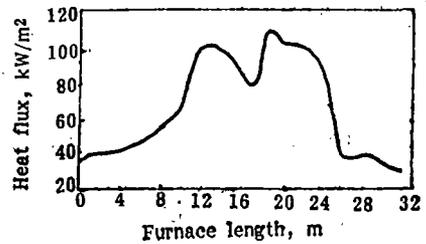


图4 全逆流加热炉的钢坯表面热流分布  
Fig.4 Heat flux profile in complete counter current reheating furnace

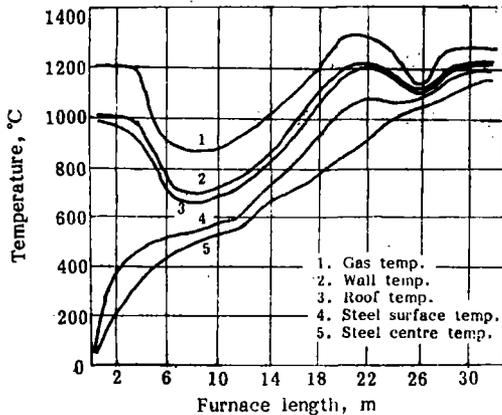


图5 顺逆流加热炉的炉内温度分布  
Fig.5 Temperature distribution in along-counter current reheating furnace

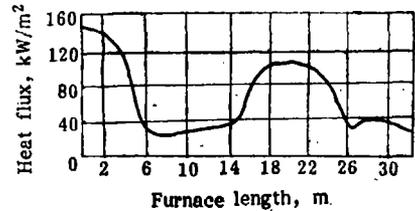


图6 顺逆流加热炉的钢坯表面热流分布  
Fig.6 Heat flux profile in along-counter current reheating furnace

## 4 结 论

(1) 本文提出的“炉段假想面”区域法，克服了区域法应用于火焰炉热交换离线数学模型存在的计算复杂、计算量大、占计算机存贮空间多等缺点。对二座连续加热炉预示计算结果表明，用“炉段假想面”区域法建立的火焰炉热交换离线数学模型是合理

的、可靠的。

(2) 应用 Dunkle 提出的几何平均射线行程概念得出的计算辐射直接交换面积的解析式, 可以应用于火焰炉的热交换数学模型中。

(3) 求解非线性区域能量方程组

$$[A][T^4] + [B][T] + [C] = [0]$$

推荐采用 Broyden 法。

(4) 本文开发的火焰炉热交换数学模型及其电子计算机运算程序, 具有计算时间短, 占计算机内存空间小等优点, 非常适合于对火焰炉进行仿真实验。

### 参 考 文 献

- [1] Hottel, H.C., Cohen, E.S.: *A.I.Ch.E.J.*, 1 (1958), 3
- [2] Hottel, H.C., Sarofim, A.F.: *Radiative Transfer*, McGraw-Hill Book Co, New York, 1967
- [3] 孙鸿宾: 辐射传热讲义, 北京钢院热能系, 1985.
- [4] Dunkle, R.V.: *Journal of Heat Transfer*, 3 (1964) 75
- [5] Broyden, C.G.: *The Computer Journal*, 1 (1969), 94

---

## 武钢热轧厂精轧轧制压力数学模型

### ——荣获1987年国家科技进步三等奖

我院周纪华副教授等与武钢热轧带钢厂合作, 以武钢生产的钢作为试验研究对象, 在我院凸轮式形变机上, 研究了9个钢种在高速高温下的塑性变形阻力, 在全面考虑了影响变形阻力的各个因素及其交互作用的基础上, 建立了适合武钢使用的变形阻力新模型, 并以此为基础, 采用现厂生产中的各种实测数据, 重新研制变形区应力状态系数新模型, 使上述两个模型配套, 从而建立整个轧制压力新模型。在生产上取代了日本模型, 运行稳定, 安全可靠, 其预报精度高于日本模型。这是国内首创, 达到国外先进水平, 并为建立同类数学模型提供了一套研究方法和经验, 具有很大的推广和应用价值。该数学模型在武钢热轧厂投产一年, 生产260万吨钢, 其中采用负公差轧制了98.94万吨, 增产钢板28387吨, 多获利润约310万元。