

非对称轧制过程的参数

臧勇¹⁾ 孙浩²⁾

1) 北京科技大学机械工程学院, 北京 100083 2) 济南钢铁总厂中板厂

摘要 本文提出了非对称轧制过程的全粘着三角形上限解模型, 并建立了模型参数关系, 采用约束优化的方法对变形功率进行极小化处理, 确定了模型参数, 进而研究了轧制条件对轧件弯曲、压下量分配等参数的影响. 对轧辊速度不匹配时轧制参数的研究表明, 文中方法和有限单元法分析及实验研究结果吻合.

关键词 中厚板轧制, 参数 / 非对称轧制, 上限解

中图分类号 TG335.52, O344.5

Investigation on Parameters in Asymmetrical Rolling Process

Zang Yong¹⁾ Sun Hao²⁾

1) Mechanical Engineering College, USTB, Beijing 100083, PRC 2) Jinan Iron & Steel General Works

ABSTRACT In this paper, an upper bound solution model for asymmetrical rolling and the relationships between its parameters are presented. Based on this model, the parameters in asymmetrical rolling process such as the curvation of sheet and the distribution of reduction can be discussed with the minimization of the deformation power. The curling of sheet due to roll speed mismatch has been calculated, the agreement in results with experiments and finite element method demonstrated the efficiency of the method presented in this paper in investigating the parameters in asymmetrical rolling process.

KEY WORDS plate rolling, parameters / asymmetrical rolling, upper bound solution

非对称轧制会造成轧件的弯曲及轧辊间压下量和轧辊驱动力矩的重新分配. 为能准确地控制轧制过程各参数的变化, 必须对非对称轧制进行较深刻地研究. 目前, 这方面的工作较对称轧制要少的多. 现有成果主要集中在实验研究^[1,8]、滑移线场的构造^[2,3]和有限单元法分析^[4]等方面, 另外还有其他的解析方法^[5]. 由于受特定的实验(假说)条件限制, 以上工作适用范围有限, 且使用复杂. 因此, 本文根据现有成果及对称轧制的研究方法, 尝试提出非对称轧制过程的上限解模型, 进而研究其过程参数.

1 模型的提出

根据对称轧制变形区内金属的变形情况，亚历山大提出了著名的变形区滑移线场^[6]，此滑移线场中在中性面附近存在着随上下辊一起转动的滑移锥。随着轧制变形区长高比 l/h 的下降及轧辊轧件摩擦系数增大，该滑移锥增大，出入口过渡变形区减小。因而，利用图1所示的表面全粘着三角形上限解模型来研究热轧厚板等问题，可以取得与滑移线场解及实测值非常吻合的结果^[7]。图1中角度 α_0 及 α_1 利用功率极小原理确定。

当上下辊的参数产生差异时，就会引起轧件入口端倾斜，出口端弯曲，金属出入口处和轧辊的接触点位置发生变化。此时，变形区的滑移线场如图2所示^[2]。图中 ABCD 和 GFCH 分别为随上下辊一同转动的滑移锥，AEGC 为过渡变形区。

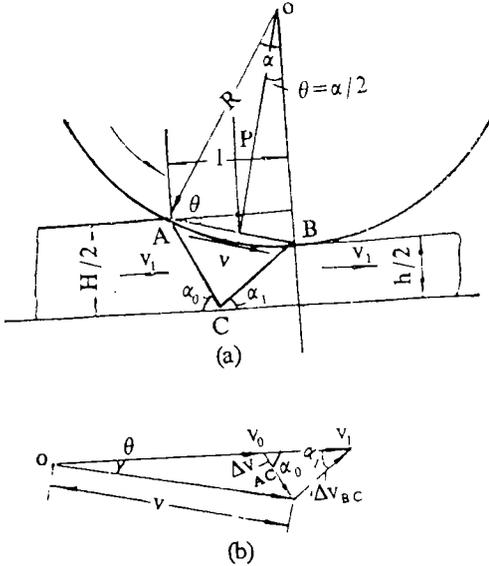


图1 对称轧制上限解模型 (a)速度间断线;(b)速度图

Fig.1 An upper bound solution model

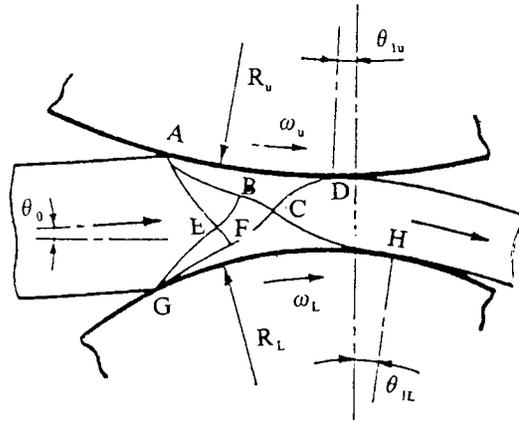


图2 非对称轧制的滑移线场

Fig.2 A slip-line field for asymmetrical rolling

和对称轧制时一样，随着 l/h 的下降，轧辊轧件间摩擦系数的增大，过渡变形区缩小，滑移锥相对增大且其边界线接近于直线。因此，参照对称轧制的研究方法，可以构造适用于高轧件热轧时的非对称轧制全粘着三角形上限解模型（图3），并由之绘制出相应的速度图。

为处理方便，认为出口处轧件和上下辊接触点相对于轧辊中心连线的偏移角大小相等，方向相反，相当于轧件出口处中心线切线和水平轴的夹角。轧件上弯 θ_1 为正。

和对称轧制不同的是，上下滑移锥交点 C 不一定处在轧件中线上，这使该模型的求解变得非常复杂，基本上无法用常规解析法求出。

2 模型参数关系

取如图3所示的坐标系，并设总压下量及上下辊各承担的压下量分别为 Δh 、 Δh_u 和 Δh_l 。由几何关系可以求得模型各角度及速度间断线长度：

$$\beta_u = \text{tg}^{-1} \frac{y_c + \Delta h_u}{x_A - x_c} = \text{tg}^{-1} \frac{C_{y_c} + (1 - C_\epsilon)\epsilon}{C_{x_A} - C_{x_c}} \quad (1)$$

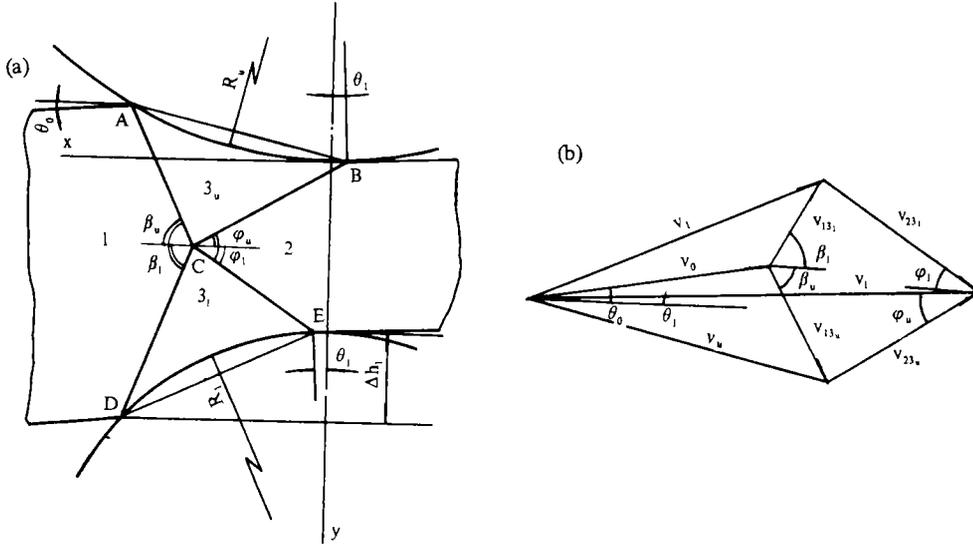


图3 非对称轧制上限解模型 (a) 速度间断线; (b) 速度图

Fig.3 An upper bound solution model

$$\beta_l = \text{tg}^{-1} \frac{H - \Delta h_u - y_c}{x_D - x_C} = \text{tg}^{-1} \frac{1 - (1 - C_\varepsilon)\varepsilon - C_{y_c}}{C_{x_D} - C_{x_C}} \quad (2)$$

$$\varphi_u = \text{tg}^{-1} \frac{y_c + R_u(1 - \cos\theta_1)}{x_C - R_u \sin\theta_1} = \text{tg}^{-1} \frac{C_{y_c} + C_R C_{RH}(1 - \cos\theta_1)}{C_{x_C} + C_R C_{RH} \sin\theta_1} \quad (3)$$

$$\varphi_l = \text{tg}^{-1} \frac{h - y_c + R_l(1 - \cos\theta_1)}{x_C - R_l \sin\theta_1} = \text{tg}^{-1} \frac{(1 - \varepsilon) - C_{y_c} + C_{RH}(1 - \cos\theta_1)}{C_{x_C} - C_{RH} \sin\theta_1} \quad (4)$$

$$\alpha_u = \frac{1}{2} (\alpha_{u_0} - \theta_1) = \frac{1}{2} \left\{ \cos^{-1} \left[1 - \frac{(1 - C_\varepsilon)\varepsilon}{C_R C_{RH}} \right] - \theta_1 \right\} \quad (5)$$

$$\alpha_l = \frac{1}{2} (\alpha_{l_0} + \theta_1) = \frac{1}{2} \left\{ \cos^{-1} \left[1 - \frac{C_\varepsilon \varepsilon}{C_{RH}} \right] + \theta_1 \right\} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} l_{AC} &= \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_c + \Delta h_u)^2} \\ &= \sqrt{(C_{x_A} - C_{x_C})^2 + [C_{y_c} + (1 - C_\varepsilon)\varepsilon]^2} \quad H = C_{AC} H \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} l_{BC} &= \sqrt{[y_c + R_u(1 - \cos\theta_1)]^2 + [x_C + R_u \sin\theta_1]^2} \\ &= \sqrt{[C_{y_c} + C_R C_{RH}(1 - \cos\theta_1)]^2 + [C_{x_C} + C_R C_{RH} \sin\theta_1]^2} \quad H = C_{BC} H \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} l_{CD} &= \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (H - \Delta h_u - y_c)^2} \\ &= \sqrt{(C_{x_D} - C_{x_C})^2 + [1 - (1 - C_\varepsilon)\varepsilon - C_{y_c}]^2} \quad H = C_{CD} H \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} l_{CE} &= \sqrt{(x_C - R_l \sin\theta_1)^2 + [h + R_l(1 - \cos\theta_1) - y_c]^2} \\ &= \sqrt{(C_{x_C} - C_{RH} \sin\theta_1)^2 + [(1 - \varepsilon) + C_{RH}(1 - \cos\theta_1) - C_{y_c}]^2} \quad H = C_{CE} H \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $x_c, y_c, C_{x_c}, C_{y_c}$ —C点的 x, y 坐标及与轧件入口厚度 H 的比值, 其他类同; ε —相对压下量, $\varepsilon = \Delta h/H$; C_s —下辊压下量占总压下量的比值, $C_s = \Delta h_1/\Delta h$; R_u, R_l —上下辊半径; C_R —上下辊半径之比, $C_R = R_u/R_l$; C_{RH} —下辊半径和 H 之比, $C_{RH} = R_l/H$; α_u, α_l —上下辊轧件入口点和中心连线点所对应轧辊的中心角; α_u, α_l —上下接触弧中心和轧辊中心连线点所对应轧辊中心角; l_{AC}, C_{AC} —速度间断线 AC 的长度及其与 H 的比值, 其他类同.

根据速度图可以求得各速度值及轧件出入口的倾斜角 θ_1 和 θ_2 :

$$\begin{aligned} v_{131} &= \frac{v_1 \sin(\beta_u + \alpha_1) - v_u \sin(\beta_u - \alpha_u)}{\sin(\beta_u + \beta_1)} \\ &= \frac{\sin(\beta_u + \alpha_1) - C_w \sin(\beta_u - \alpha_u)}{\sin(\beta_u + \beta_1)} v_1 = C_{131} v_1 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} v_{13u} &= \frac{v_u \sin(\beta_1 + \alpha_u) - v_1 \sin(\beta_1 - \alpha_1)}{\sin(\beta_u + \beta_1)} \\ &= \frac{C_R C_w \sin(\beta_1 + \alpha_u) - \sin(\beta_1 - \alpha_1)}{\sin(\beta_u + \beta_1)} v_1 = C_{13u} v_1 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} v_{231} &= \frac{v_u \sin(\varphi_u + \alpha_u) - v_1 \sin(\varphi_u - \alpha_1)}{\sin(\varphi_u + \varphi_1)} \\ &= \frac{C_R C_w \sin(\varphi_u + \alpha_u) - \sin(\varphi_u - \alpha_1)}{\sin(\varphi_u + \varphi_1)} v_1 = C_{231} v_1 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} v_{23u} &= \frac{v_1 \sin(\varphi_1 + \alpha_1) - v_u \sin(\varphi_1 - \alpha_u)}{\sin(\varphi_u + \varphi_1)} \\ &= \frac{\sin(\varphi_1 + \alpha_1) - C_R C_w (\varphi_1 - \alpha_u)}{\sin(\varphi_u + \varphi_1)} v_1 = C_{23u} v_1 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\theta_1 = \text{tg}^{-1} \frac{\sin \alpha_1 - C_{231} \varphi_1}{\cos \alpha_1 + C_{231} \cos \varphi_1} \quad (15)$$

$$\theta_0 = \text{tg}^{-1} \frac{\sin \alpha_1 - C_{131} \sin \beta_1}{\cos \alpha_1 - C_{131} \cos \beta_1} \quad (16)$$

式中, v_u, v_1 —上下辊表面线速度; C_w —上下辊角速度 ω_u, ω_1 之比; v_{131}, C_{131} —模型中 31 块相对于 1 块的滑移速度及其和 v_1 的比值, 其余类推.

轧件经过变形区要发生弯曲, 其曲率由 θ_1 确定. θ_1 为正时, 轧件上弯. 此时, 轧件上表面金属较下表面金属在经过变形区时少走行 $(R_u + H) \theta_1$, 所以轧件入口厚度 H 和轧件曲率 ρ 之比为:

$$\frac{H}{\rho} \doteq \frac{2(R_u + H)}{l_u + l_l} \theta_1 = \frac{2(C_R C_{RH} + 1)}{C_{l_u} + C_{l_l}} \theta_1 \quad (17a)$$

当 θ_1 为负时, 轧件下弯, 同样有:

$$\frac{H}{\rho} \doteq \frac{2(R_l + H)}{l_u + l_l} \theta_1 = \frac{2(C_{RH} + 1)}{C_{l_u} + C_{l_l}} \theta_1 \quad (17b)$$

式中, $l_u, l_l, C_{l_u}, C_{l_l}$ 分别为轧件变形区上下表面水平长度及其与 H 的比值.

3 轧件过程参数研究

根据轧件变形区的上限解模型，单位板宽变形区的上限功率为：

$$\dot{W} = k(C_{AC}C_{13u} + C_{BC}C_{23u} + C_{CD}C_{13l} + C_{CE}C_{23l})Hv_1 \quad (18)$$

式中， k 为轧件的剪切变形抗力。

取 C 点的坐标 x_C 、 y_C ，下辊压下量 Δh_1 ，轧件出口偏转角 θ_1 为变量，对上限功率 W 进行约束极小优化，可完全确定变形区各参数。优化约束的条件应使 C 点处于变形区之中，并保证压下量分配的合理性；同时还应使入口及出口处轧件刚性区受力满足平衡条件。如出口处应有：

$$\left. \begin{aligned} F_x &= l_{BC}(p\sin\varphi_u - k\cos\varphi_u) + l_{CE}(p\sin\varphi_l - k\cos\varphi_l) = 0 \\ F_y &= -l_{BC}(p\cos\varphi_u + k\sin\varphi_u) + l_{CE}(p\cos\varphi_l + k\sin\varphi_l) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中， p 为出口速度间断线处的正压力。

当模型参数完全确定之后，可以方便地求得上下轧辊的驱动力矩：

$$\text{上辊驱动力矩：} M_{ku} = \frac{kHR_1B}{C_w} (C_{AC}C_{13u} + C_{BC}C_{23u}) \quad (20)$$

$$\text{下辊驱动力矩：} M_{kl} = kHR_1B(C_{CD}C_{13l} + C_{CE}C_{23l}) \quad (21)$$

式中， B —轧件宽度。

但在非对称轧制时，变形区内压力及摩擦力分布复杂^[5]，由 M_{ku} 和 M_{kl} 尚不能简单确定轧制力。这方面有待进一步研究。

为验证模型的实用性，取文献^[4,8]的参数：

$$C_R = 1.0 \quad C_{RH} = 1.526 \quad \varepsilon = 0.25$$

讨论上下辊速度差异对轧件弯曲及变形区参数的影响，计算结果见表 1。表中 C_k 为文献^[4]中定义的轧件弯曲系数，等于轧后轧件上下表面长度之比，它和轧件曲率的关系为：

$$C_k = 1 - H/\rho \quad (22)$$

结果表明，随速度差的增大，变形区的不对称性增强。高速辊侧的压下量及变形区长度较大。因轧制力相同，所以高速辊对轧件的单位压力较低。

辊速不同会使轧件向低速辊弯曲，弯曲曲率和辊速差成正比。这与高速辊侧压下量较

表 1 上下辊不同速比时的轧制参数

Table 1 Parameters in rolling process at various speed ratios

v_u/v_l	C_ε	C_{11}	C_{1u}	H/ρ	C_k
0.96	0.566	0.626	0.581	0.043 1	0.956 9
0.97	0.550	0.621	0.587	0.032 7	0.967 3
0.98	0.533	0.616	0.593	0.021 5	0.978 5
0.99	0.516	0.610	0.599	0.010 2	0.989 8
1.00	0.500	0.605	0.605	0.000 0	1.000 0
1.02	0.469	0.594	0.615	-0.020 0	1.020 2
1.04	0.435	0.581	0.626	-0.042 5	1.042 5

大、金属延伸较多及轧制力分布区（变形区）较长而对轧件形成弯作用等都是相符的。

以上结论与有限元分析^[4]及实验结论是相符的，三者数据基本吻合（图4）。

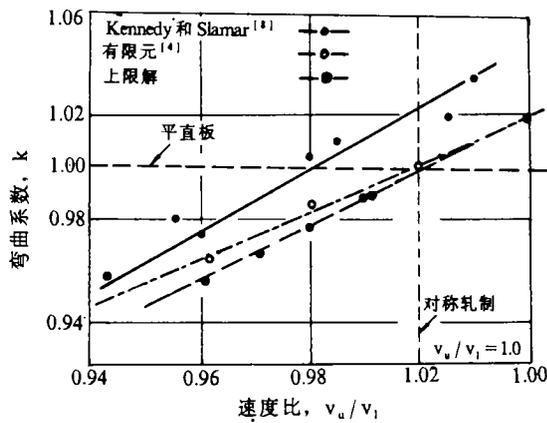


图4 不同速比下的轧件弯曲系数

Fig.4 Plot of curvature index at various speed ratios

4 结论

(1) 文中提出了非对称热轧问题的上限解模型，并导出了相应公式。

(2) 利用变形功率极小化，可完全确定轧制过程参数，其结果和有限元分析及实验值基本吻合。

(3) 上下辊速度不同会使高速辊侧的压下量增大、变形区增长，轧件弯向低速辊。

参 考 文 献

- 1 Johnson W, Needham G. Further Experimental in Asymmetrical Rolling. *Int J Mach Sci*, 1966, 8: 433
- 2 Dewhurst P, et al. A Theoretical and Experimental Investigation into Asymmetrical Hot Rolling. *Int J Mech Sci*, 1974, 16: 389
- 3 Collins I F, et al. A Slipline Field Analysis for Asymmetrical Hot Rolling. *Int J Mech Sci*, 1975, 17: 643
- 4 Shivpuri R, et al. Finite Element Investigation of Curling in Non-symmetric Rolling of Flat Stock. *Int J Mech Sci*, 1988, 30(9): 625
- 5 日本钢铁学会编. 王国栋等译. 板带轧制理论与实践. 北京: 中国铁道出版社, 1990
- 6 Ford H, Alexander J M. Simplified Hot-rolling calculations. *J Inst Metals*, 1963/64, 92: 397
- 7 赵志业. 金属塑性加工力学. 北京: 冶金工业出版社, 1987.
- 8 Kennedy G E, Slamar F. *Iron and Steel Engineer Year Book*, 1958: 233
- 9 Johnson W, et al. *Engineering Plasticity*. London: Van Nostrand Reinhold, 1973
- 10 Johnson W, et al. *Plane-strain slip-line fields for metal deformation process*. Oxford: Pergamon Press, 1982
- 11 Ghobrial M I. Photoelastic Investigation on the Contact Stresses Developed in Rolls during Asymmetrical Flat Rolling. *Int J Mech Sci*, 1989, 31(10): 751