

## 陈氏基本互补划分法的改进和发展

黄汝激

北京科技大学自动化信息工程学院,北京 100083

**摘要** 应用有向超图理论引入超边的分解与收缩概念,把解决二个无源网络级联问题的陈氏基本互补划分(ECP)法改进为更有效的分解-收缩对(DCP)法,发展为有向(正根)分解-收缩对(PDCP)法,用于解决二个有源网络级联问题.在此基础上,进一步发展为一般分解-收缩(GDC)法,用于解决多个有源网络互联时求符号网络函数的问题.

**关键词** 符号网络函数,有向超图理论,分解-收缩对法

**中图分类号** O157.5

在电子线路的分析与设计经常用到符号网络函数.产生符号网络函数的关键是产生网络图的全部树.陈惠开教授<sup>[1]</sup>提出了2个多端无源网络级联时产生全部树的基本互补划分(ECP)法.文献[2~5]又对ECP法作了进一步研究,但无突破性进展.文献[6]阐明了 $m$ 点集 $V(m)$ 的一个ECP对应于无向二超边超图 $H^{(m)} = (V^{(m)}, E)$ 的一棵超树 $T$ .本文首先应用有向超图理论<sup>[7]</sup>引入超边的分解与收缩概念,把陈氏ECP法改进为更有效的方法,以解决2个有源网络级联及多个有源网络互联时求符号网络函数的问题.

## 1 超边的分解与收缩

根据有向超图理论<sup>[7]</sup>, $e \geq 2$ 个多端有源网络互联形成的超网络 $N$ 的伴随超图 $H = (V, E)$ ,  $V = \{1, \dots, v\}$ ,  $E = \{E_1, \dots, E_e\}$ .设超边 $E_j = A_j \cup B_j$ ,  $A_j \cap B_j = \phi$ , 记作 $E_j = E_j[A_j B_j]$ . $A_j$ 称为被开路,若 $A_j$ 的所有引线被移去使得 $E_j$ 变成 $E_j[B_j] = E_j - A_j$ . $A_j$ 称为被收缩,若 $A_j$ 及其伴随图 $G(A_j)$ 被收缩成一点 $\bar{A}_j$ (称超端点)使得 $E_j$ 变成 $|E_j - A_j| + 1$ 端超边,记作 $E_j[\bar{A}_j B_j] = E_j \circ A_j$ . $m$ 端无向超边 $E_j$ 的一个 $h$ 分解 $D_j = D_j(m, h) = E_j[F_1, \dots, F_h] = \{F_1, \dots, F_h\}$ 是把 $E_j$ 划分成 $h$ 个互不相交的非空子集 $F_i, i = 1, \dots, h$ . $F_i$ 称为 $E_j$ 的 $i$ 号子超边,并以其端点号串为其简化表示. $D_j$ 的权 $D_j(y)$ 定义为 $E_j$ 的伴随图 $G(E_j)$ 中所有 $h$ 树权 $t(F_1, \dots, F_h; y)$ 之和形成的多项式 $P_j[t(F_1, \dots, F_h; y)]$ ,即:

$$D_j(y) \cong P_j[t(F_1, \dots, F_h; y)] = \sum t(F_1, \dots, F_h; y)|_{G(E_j)} \quad (1)$$

$m$ 端无向超边的 $h$ 分解的数目记作 $[m, h]$ .无向超边 $E[1, \dots, m]$ 的分解集 $SD(m)$ . $h$ 分解集 $SD(m, h)$ 和 $a$ 号 $h$ 分解的表达式参看文献[7]定理2.应用该定理可递归推得 $SD(m), m = 1, 2, 3, 4, \dots$ (见文献[7]中推论1). $B_m = |SD(m)|$ 称为贝尔(Bell)数,  $B_1 = 1, B_2 = 2, B_3 = 5, B_4 = 15, B_5 = 52, \dots$ . $m$ 端有向超边 $E_j$ 的一个正根 $h$ 分解 $PD_j = PD_j(m, h)_r = E_j(r_1 w_1, \dots, r_h w_h) = \{r_1 w_1, \dots, r_h w_h\}$ 是把 $E_j$ 划分成 $h$ 个互不相交的具有正根 $r_i$ 的非空正根子超边 $r_i w_i, i = 1, \dots,$

$h$ .  $PD_j$ 的权  $PD_j(y)$ 定义为  $E_j$ 的伴随有向图  $G(E_j)$ 中所有正根  $h$ 树权  $t(r_1w_1, \dots, r_hw_h; y)$ 之和形成的多项式  $P_j[t(r_1w_1, \dots, r_hw_h; y)]$ , 即:

$$PD_j(y) \cong P_j[t(r_1w_1, \dots, r_hw_h; y)] = \sum t(r_1w_1, \dots, r_hw_h; y)|_{G(E_j)} \tag{2}$$

$m$ 端有向超边  $E(1, \dots, m)$ 的具有给定正根集  $p = \{p_1, \dots, p_n\}$ 的正根分解集  $SPD(m)_p$ 是它的所有具有正根集  $r \supseteq p$ 的正根分解  $PD(m, h, c)$ 的集合, 即:

$$SPD(m)_p = \{PD(m, h, c) | r \supseteq p; h = |p|, \dots, m; c = 1, \dots, [m, h]_p\} \tag{3}$$

其中  $r = \{r_1, \dots, r_h\} = \{p_1, \dots, p_n, r_{n+1}, \dots, r_h\}$ ,  $[m, h]_p$ 是  $E(1, \dots, m)$ 的具有给定正根集  $p$ 的正根  $h$ 分解  $PD(m, h, c)$ 的数目. 例如  $SPD(3)_{2,3} = \{\{21, 3\}, \{2, 31\}, \{2, 3, 1\}\}$ . 根据  $SPD(m)_p$ 和  $SD(m)$ 的定义, 应用似 SPARKS 语言<sup>[8]</sup>, 可设计算法 ASPD 如下.

**算法 ASPD** // 从  $SD(m)$ 求  $SPD(m)_p$  //

```

1.  $p \leftarrow \{p_1, \dots, p_n\}$ ;  $n \leftarrow |p|$ ;  $SPD(m)_p \leftarrow \phi$ ; input  $m$  and  $SD(m)$ 
2. for  $h \leftarrow n$  to  $m$  do  $c \leftarrow 0$ ;  $SPD(m, h) \leftarrow \phi$ 
   for  $a \leftarrow 1$  to  $[m, h]$  do from  $SD(m)$  take out  $D(m, h, a)$ ;
   if  $D(m, h, a) = \{p_1w_1, \dots, p_nw_n, F_{n+1}, \dots, F_h\}$  then
     for  $i_{n+1} \leftarrow 1$  to  $|F_{n+1}|$  do  $r_{n+1} \leftarrow F_{n+1}(i_{n+1})$ ;  $w_{n+1} \leftarrow F_{n+1} - F_{n+1}(i_{n+1})$ 
       :
     for  $i_h \leftarrow 1$  to  $|F_h|$  do  $r_h \leftarrow F_h(i_h)$ ;  $w_h \leftarrow F_h - F_h(i_h)$ ;  $c \leftarrow c+1$ ;
        $PD(m, h, c) \leftarrow \{p_1w_1, \dots, p_nw_n, r_{n+1}w_{n+1}, \dots, r_hw_h\}$ ;
        $SPD(m, h) \leftarrow SPD(m, h) \cup \{PD(m, h, c)\}$ 
   repeat
     :
   repeat
   endif
   repeat;  $SPD(m)_p \leftarrow SPD(m)_p \cup SPD(m, h)$ 
   repeat
3. end ASPD

```

**推论 1** 令  $SPD(m) = SPD(m)_1$ , 从算法 ASPD 可推得

- $SPD(1) = \{\{1\}\}$
- $SPD(2) = \{\{1, 2\}, \{1, 2\}\}$
- $SPD(3) = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 3, 2\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 3, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$
- $SPD(4) = \{\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 4, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 4, 3\}, \{1, 3, 4, 2\},$   
 $\{1, 3, 2, 4\}, \{1, 3, 4, 2\}, \{1, 4, 2, 3\}, \{1, 4, 3, 2\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 3, 2, 4\},$   
 $\{1, 4, 2, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 3, 2, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 3, 2, 4\}, \{1, 4, 2, 3\},$   
 $\{1, 2, 4, 3\}, \{1, 4, 2, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 4, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}\}$

## 2 DCP 法和 PDCP 法

考虑一超网络  $N$ , 它的伴随超图  $H = (V, E), V = \{1, 2, \dots, m\}, E = \{E_1, \dots, E_e\}, H$  和  $E_j$ 的伴

随混合图分别记作  $G = G(H)$  和  $G_j = G(E_j), j = 1, \dots, e$ . 要求  $H$  的超树权多项式  $P[T(y)]^{[7]}$ . 下面先讨论 2 种特殊情况.

**情况 1**  $H$  是无向二超边超图—DCP 法

若  $H$  的一对分解超边  $D_1 = E_1[F_1, \dots, F_h]$  和  $D_2 = E_2[F_1', \dots, F_k'] (h + k = m + 1)$  构成一棵超树<sup>[6]</sup>  $T$ , 则称  $D_1$  和  $D_2$  为  $V$  的一对基本互补划分, 记作  $ECP = (D_1, D_2)$ .  $H$  的一个分解超边  $D_1 = E_1[F_1, \dots, F_h]$  与其对应收缩超边  $C_2 = E_2[\bar{F}_1, \dots, \bar{F}_h]$  组成的对称为  $H$  的一个分解—收缩对, 记作  $DCP = (D_1, C_2)$ , 它的权  $DCP(y) \triangleq D_1(y)C_2(y)$ .

**定理 1** 无向二超边超图  $H$  的超树权多项式  $P[T(y)]$  等于  $H$  的所有分解—收缩对权  $DCP(y)$  之和, 即:

$$P[T(y)] = \sum DCP(y) = \sum D_1(y)C_2(y) (D_1 \in SD_1) \tag{4}$$

式中, 求和是对于  $E_1$  的所有分解超边  $D_1 \in SD_1$  进行的.

证: 设与  $D_1$  基本互补的分解超边  $D_2$  有  $b$  个, 记作  $D_2^i, i = 1, \dots, b$ , 则含  $D_1$  的部分超树权多项式  $P[T(y)|D_1] = D_1(y) \sum_{i=1}^b D_2^i(y)$ . 因  $F_j$  内的点已被  $D_1$  连通,  $F_j$  与  $F_k (j \neq k)$  未被连通, 故据超树定义, 在  $D_2^i$  中,  $F_j$  内的点应不连通,  $F_j$  与  $F_k (j \neq k)$  的点或者由  $D_2^i$  连通, 或者通过  $D_1$  连通. 因此把  $F_j (j = 1, \dots, h)$  收缩后所有  $D_2^i (i = 1, \dots, b)$  都将变成同一个收缩超边  $C_2$ , 从而有:

$$\sum_{i=1}^b D_2^i(y) = C_2(y) \tag{5}$$

$$P[T(y)] = \sum P[T(y)|D_1] = \sum D_1(y) \sum_{i=1}^b D_2^i(y) \quad (\text{ECP 法}) \tag{6-1}$$

$$P[T(y)] = \sum D_1(y)C_2(y) = \sum DCP(y) \quad (\text{DCP 法}) \tag{6-2}$$

例如,  $m = 4$  和  $D_1 = E_1[1, 2, 3, 4]$  的无向超树集和 DCP, 见图 1. 这里  $\sum_{i=1}^4 D_2^i(y) = \sum_{i=1}^4 D_2^i(y) = C_2(y)$ . DCP 法与 ECP 法的  $P[T(y)]$  项数  $B_m$  与  $N_m = 2(m+1)^m - 2$  的比较如表 1 所示. 可见, 随着  $m$  的增大,  $B_m$  可比  $N_m$  降低几个数量级以上, 因此 DCP 法的计算效率远高于 ECP 法.

**情况 2**  $H$  是有向二超边超图—PDCP 法

陈惠开教授<sup>[1]</sup>未解决有源网络的分解法问题. 若  $N$  是有源网络,  $H$  是有向超图, 必须将陈氏 ECP 概念发展如下. 若  $H$  的一对正根分解超边  $PD_1 = E_1(r_1 w_1, \dots, r_h w_h)$  和  $PD_2 = E_2(r_1' w_1', \dots, r_k' w_k') (h + k = m + 1, r_1 = r_1' = 1)$  构成一棵正根超树<sup>[6,7]</sup>  $T_1$  (这里选点 1 为正根), 则称

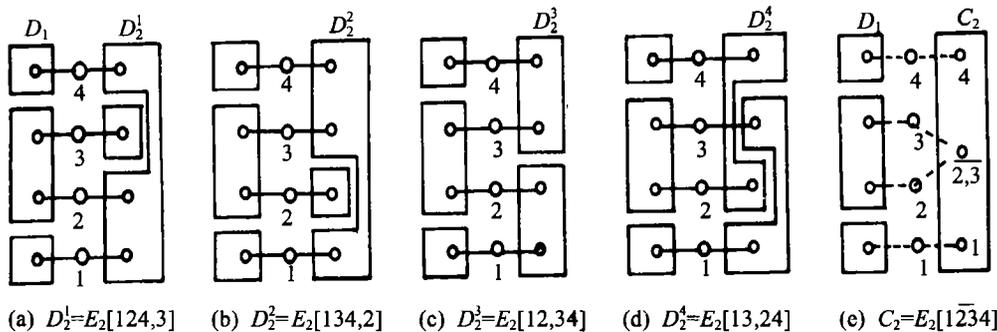


图 1  $m = 4$  和  $D_1 = E_1[1, 2, 3, 4]$  的无向超树集  $\{T^i = D_1 \cup D_2^i | i = 1, \dots, 4\}$  和  $DCP = (D_1, C_2)$

$PD_1$ 和 $PD_2$ 为 $V$ 的一对有向(正根)基本互补划分,记作 $PECP = (PD_1, PD_2)$ . $H$ 的一个正根分解超边 $PD_1 = E_1(r_1 w_1, \dots, r_h w_h)$ (设 $r_1 = 1$ )与其对应正根收缩超边 $PC_2 = E_2(\overline{r_1 w_1^+}, \dots, \overline{r_h w_h^+})$ 组成的对称为 $H$ 的一个正根分解-收缩对,记作 $PDCP = (PD_1, PC_2)$ ,它的权 $PDCP(y) \cong PD_1(y)PC_2(y)$ ,式中 $w_j^+$ ( $j = 1, \dots, h$ )的右上标“+”表示点集 $w_j$ 中所有点在 $PD_2$ 中应为正极(因它们在 $PD_1$ 中为负极),收缩前应将 $G(E_2)$ 的 $w_j$ 中所有点的射入边都去掉,以保证 $w_j$ 中所有点在 $PD_2$ 中为正极.

表1 DCP法与ECP法的 $P[T(y)]$ 项数 $B_m$ 与 $N_m$ 的比较

$m$	DCP 法项数 $B_m$	ECP 法项数 $N_m=2(m+1)^{m-2}$
2	2	2
3	5	8
4	15	50
5	52	432
6	203	4 802
7	877	65 536
8	4 140	1 062 882
9	21 147	$2 \times 10^7$

**定理 2** 有向二超边超图 $H$ 的正根超树权多项式 $P[T_1(y)]$ 等于 $H$ 的所有正根分解-收缩对权 $PDCP(y)$ 之和,即:

$$P[T_1(y)] = \sum PDCP(y) = \sum PD_1(y)PC_2(y) \quad (PD_1 \in SPD_1) \tag{7}$$

式中求和是对于 $E_1$ 的所有正根分解超边 $PD_1 \in SPD_1$ 进行的.

证:与定理 1 的类似,设与 $PD_1$ 正根基本互补的分解超边 $PD_2$ 有 $a$ 个( $a \leq b$ ),记作 $PD_2^i$ , $i = 1, \dots, a$ ,则有:

$$\sum_{i=1}^a PD_2^i(y) = PC_2(y) \tag{8}$$

$$P(T_1(y)) = \sum P(T_1(y)|PD_1) = \sum PD_1(y) \sum_{i=1}^a PD_2^i(y) \quad (\text{PECP 法}) \tag{9-1}$$

$$P(T_1(y)) = \sum PD_1(y)PC_2(y) = \sum PDCP(y) \quad (\text{PDCP 法}) \tag{9-2}$$

文献 [6] 中第三节的方法就是 PECP 法,这里把它改进为 PDCP 法,大大简化了计算和提高了计算效率.例如, $m = 4$ 和 $PD_1 = E_1(1, 23, 4)$ 的正根超树集和 PDCP 如图 2 所示.这里

$$\sum_{i=1}^a PD_2^i(y) = PD_2^1(y) + PD_2^2(y) = PC_2(y).$$

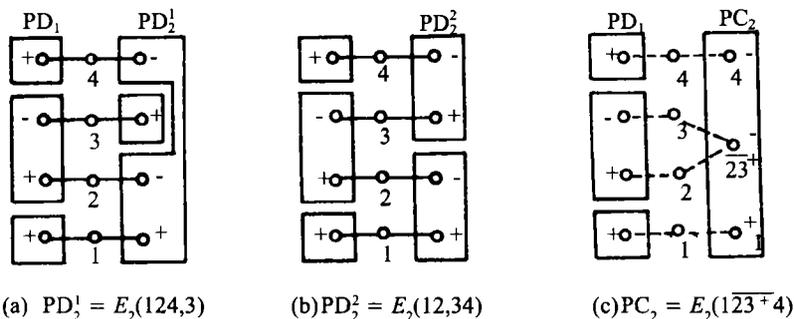


图 2  $m = 4$ 和 $PD_1 = E_1(1, 23, 4)$ 的正根超树集 $\{T_1 = PD_1 \cup PD_2^i \mid i = 1, 2\}$ 和 $PDCP = (PD_1, PC_2)$

### 3 一般分解-收缩(GDC)法

现在把 PDCP 法推广到超边数  $e > 2$  的一般有向超图情况.这时每处理(收缩-分解)完

一条超边,都要对其后所有超边进行收缩处理.因此有:

**定理 3** 有向超图  $H(e > 2)$  的正根超树权多项式  $P[T_1(y)]$  可表达成:

$$P(T_1(y)) = \sum PD_1(y) \cdots \sum PC_j D_j(y) \cdots PC_e(y) \tag{10}$$

式中,  $PC_j D_j (1 < j < e)$  称为  $E_j$  的  $(j - 1)$  重收缩 - 分解超边,它是  $E_j$  依据前  $(j - 1)$  条处理过的超边进行  $(j - 1)$  重收缩后再分解 (若能分解且不破坏所得超图的连通性)得到的.  $PC_e$  称为  $E_e$  的  $(e - 1)$  重收缩超边,它是  $E_e$  依据前  $(e - 1)$  条处理过的超边进行  $(e - 1)$  重收缩得到的. 求和是对所有不破坏所得超图连通性的可能分解  $PD_1$  和  $PC_j D_j, 1 < j < e$  进行的. 若  $E_1(E_j$  或  $E_e)$  是无向超边,则  $PD_1(PC_j D_j$  或  $PC_e)$  可用  $D_1(C_j D_j$  或  $C_e)$  代替.

根据定理 3,应用分支定界法和状态空间树 (SST)<sup>[8]</sup> 概念,可设计一个通过  $P_H(T_1) = P(T_1)$  产生  $P_G(t_1)$  的一般分解 - 收缩 (GDC) 算法如下:

Algorithm SSTGDCM // Find  $P_G(t_1)$  by SST and  $P_H(T_1)$  of  $H = (V, E)$  //

Integer  $m, n, t, p, fl, ns, v, e$

Array EM, EN, DM,  $E_j$ , PD $_j$ , NS, FL,  $Y, r_i, w_i$ , SN, SE, SDM

1. Initialize:  $v \leftarrow |V|; e \leftarrow |E|; m \leftarrow 0; n \leftarrow 0; t \leftarrow 0; r_1 \leftarrow \{1\}; p \leftarrow 1; NS \leftarrow Z; FL \leftarrow \phi; Y \leftarrow \phi; Y(0) \leftarrow 1; DM \leftarrow \phi; EN \leftarrow \phi; EM \leftarrow E$ . If  $EM = \phi$  then go to step 6.

2. Process state node  $m$ : From EM find a hyperedge  $E_j$  incident on the positive root  $r_1$ , if such  $E_j$  can not be found then go to step 6 else find SPD $_j$  of  $E_j$  by Corollary 1;  $DM \leftarrow SPD_j; EM \leftarrow EM - \{E_j\}; EN \leftarrow EM$ .

3. Generate state node  $n$ : From DM take out a  $PD_j = E_j(r_1 w_1, \dots, r_h w_h)$ . For each  $E_k \in EN$  and each  $v_i \in E_k$ , if  $v_i \in w_1 \cup \dots \cup w_h$  then  $v_i$  must be a positive pole of  $E_k$  for generating  $T_1$ , denote it by  $v_i^+$  to indicate that in  $G(E_k)$  all edges incident into  $v_i^+$  must be deleted, then contract each subhyperedge  $r_i w_i$  of  $PD_j$  into one hyperterminal  $\overline{r_i w_i}$ , stored in set  $r_i$ , to yield a contracted hypergraph  $H_n$  expressed by EN and corresponding to a new state node  $n$  with weight PD $_j$  and father node label  $m$ , that is,  $n \leftarrow n + 1; NS(m) \leftarrow NS(m) + 1; FL(n) \leftarrow m; Y(n) \leftarrow PD_j; DM \leftarrow DM - \{PD_j\}; r_j \leftarrow r_i \cup w_i, i = 1, \dots, h; p \leftarrow |r_1|$ .

4. If  $DM \neq \phi$  then  $t \leftarrow t + 1; SN(t) \leftarrow m; SE(t) \leftarrow EM; SDM(t) \leftarrow DM$ .

5. If  $EN \neq \phi$  then  $m \leftarrow n; EM \leftarrow EN$ ; go to step 2.

6. If  $p = v$  then state node  $n$  is a leaf node, go to step 9, else go to step 7.

7. Delete state node  $n$ :  $fl \leftarrow FL(n); NS(fl) \leftarrow NS(fl) - 1; Y(N) \leftarrow \phi; n \leftarrow n - 1$ .

8. If  $NS(fl) = 0$  and  $fl \neq SN(t)$  then go to step 7.

9. If  $t > 0$  then  $m \leftarrow SN(t); EM \leftarrow SE(t); DM \leftarrow SDM(t); t \leftarrow t - 1$ ; go to step 3.

10. If  $t = 0$  then the search process forms a SST. From SST the required  $P_H(T_1)$  and  $P_G(t_1) = P[T_1(y)]$  can be found by the following Theorem 4 and above Theorem 3 respectively.

11. End SSTGDCM.

**定理 4** 从算法 SSTGDCM 产生的状态空间树 SST 按照节点标号  $n$  的顺序写下它的所有状态节点权  $Y(n)$ , 并插入某些符号 “+”, “[” 和 “]” 使得每个子树权等于该子树根点权乘以其所有子子树权之和, 结果形成一多项式  $P$ . 那么  $P_H(T_1) = P$ .  $P$  的展开式的每一项  $P_i$  是  $H$  的

一个正根超树子集,并且对应于 SST 中从根点 0 到一叶点的一条路径(称为树路).

证:注意到伴随每一树路  $p$  的项  $P_i$  对应于一个分解超图子集  $\{H_d\}$ . 例如, 设树路  $p(0 \rightarrow 6)$  对应于项  $P_2 = E_1(12, 3)E_2(\overline{123})E_3(\overline{23}) = E_1(12, 3)[E_2(1, 23) + E_2(13, 2)]E_3(2, 3)$ , 它包含 2 个  $H_d: E_1(12, 3)E_2(1, 23)E_3(2, 3)$  和  $E_1(12, 3)E_2(13, 2)E_3(2, 3)$ , 见图 3. 步骤 3, 5, 6, 7 和 8 保证每个  $H_d$  是  $H$  的一个  $T_1$ . 对于关联根点  $r_1$  的每条超边  $E_j \in EM$  只有  $|DM|$  类  $T_1$ , 每类  $T_1$  含  $E_j$  的一个分解  $PD_j$ . 所以步骤 1, 2, 3, 4 和 9 保证无重复地产生  $H$  的全部  $T_1$ . 因此  $P_H(T_1) = P$ . 证毕.

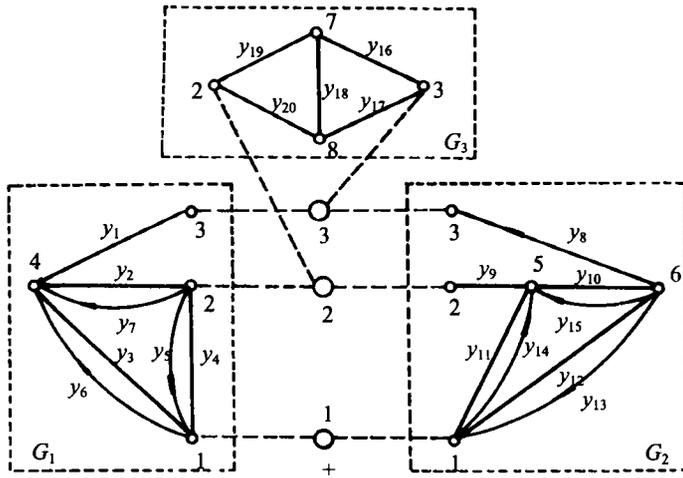


图3 超网络N的混合图G

推论 4.1 在算法 SSTGDCM 的步骤 2 中,若  $E_j$  是无向的, 仅需找出  $E_j$  的无向分解集  $SD_j$ ,  $DM \leftarrow SD_j$ , 并且在步骤 3 中当从  $DM$  取出一个  $D_j$  时可以把赋于  $E_k \in EN$  的端点  $v_i \in [E_k \cap (w_1 \cup \dots \cup w_n)]$  以“+”极性的过程省去.

算法 SSTGDCM 中求 SST 部分的计算时间复杂度(决定于步骤 2~9)是  $O(en)$ ,  $e$  是  $H$  的超边数,  $n_i$  是 SST 的叶点数. 叶点权  $Y(n) = P_j(rw)$  是用算法 DKTPCG<sup>[9]</sup> 计算的, 其复杂度参看文献 [9].

需要进一步研究的问题有: (1)PDCP 法和 GDC 法中  $P[T_1(y)]$  的项数的计算和估计; (2)分解 - 收缩法在超图理论其他问题中的应用; (3)分解 - 收缩法与并行算法的结合.

参 考 文 献

- 1 Chen W K. Computer Generation of Trees and Cotree in a Cascade of Multiterminal Networks. IEEE Trans on CT, 1969, CT - 16(11): 518 ~ 526
- 2 Chen W K, Goyal I C. Tables of Essential Complementary Partitions. IEEE Trans on CT, 1971, CT - 18(9): 562 ~ 563
- 3 Kajitani T, Ueno S, Chen W K. On the Number of Essential Complementary Partitions. IEEE Trans on CAS, 1982, CAS - 29(8): 572 ~ 574
- 4 吴新余. 论  $k = 6$  时基本互补划分表的产生. 见: 中国电子学会线路与系统学会“一般理论专题讨论会”.

北京, 1983

- 5 马昭彦, 全一男.  $k = 7, 8, 9, 10$  的基本互补划分的生成. 见: 中国电子学会线路与系统学会第五届年会论文集. 西安, 1984. 255 ~ 259
- 6 黄汝激. 通过有向  $k$  超树产生有向图的有向  $k$  树多项式. 电子学报, 1987, 15(1): 1 ~ 9
- 7 黄汝激. 超网络的有向  $k$  超树分析法. 电子科学学刊, 1987, 9(3): 244 ~ 255
- 8 Horowitz E. Fundamentals of Computer Algorithms. Potomac: Computer Science Press, 1978. 370
- 9 黄汝激. 混合图的有向  $k$  树多项式的产生和状态空间树. 电子学报, 1987, 15(5): 8 ~ 14.

## Improvement and Development for Chen's Essential Complementary Partition Method

*Huang Ruji*

College of Automation and Information Engineering, USTB, Beijing 100083, PRC

**ABSTRACT** By applying the directed hypergraph theory, the concepts of the decomposition and contraction of a hyperedge are introduced. Chen's essential complementary partition (ECP) method for solving the cascade problem of two passive networks is improved to form a more efficient decomposition – contraction pair (DCP) method, then it is developed to form the directed (positive-rooted) decomposition – contraction pair (PDCP) method, to solve the cascade problem of two active networks. Furthermore, it is developed to form the general decomposition – contraction (GDC) method, to solve the problem of finding symbolic network functions for the interconnection of several active networks.

**KEY WORDS** symbolic network function, directed hypergraph theory, decomposition-contraction pair method