

松散岩体的分形特征

李长洪

北京科技大学土木与环境工程学院, 北京 100083

摘 要 构造了松散岩体的块体颗粒分形模型, 用分形理论研究了松散岩体的块体颗粒分维、孔隙分维、孔隙度及它们之间的关系, 得到相应的计算公式. 该模型得到了工程实例的验证.

关键词 松散岩体; 分形理论; 分维

分类号 TU 451.3; TD 231.1

岩土工程在我国乃至世界得到了迅猛的发展, 与此同时岩土工程事故及自然地质灾害也频繁发生. 例如, 河流堤坝渗透溃决、交通隧道塌方、资源开采引起的地面沉降、山体滑坡和泥石流等. 作为岩体加固技术之一的注浆技术被广泛地应用于岩土工程之中. 但由于岩土介质构造的复杂性和多变性以及浆液自身性质的复杂性等^[1], 致使注浆理论研究落后于工程应用. 由于浆液在多孔松散岩体中的渗透扩散流动规律和浆液胶结充填区域的加固体强度和变形特征等都与松散岩体块度的几何形状、空间分布、孔隙度等有密切的关系. 因此, 应用分形理论来研究松散岩体的碎块几何形状、空间分布特征和孔隙度是十分合理的^[2-4]. 对松散岩体的注浆加固工程设计、注浆工艺和工程应用研究有重大的理论指导意义^[5].

1 松散岩体分形模型构造

将1个边长为 L 的正六面体作为初始元. 生成元就是将正六面体进行27等分, 去掉体心和各棱中间的13个小立方体, 剩下的只有14个小立方体 (即 $N_1=14$, $S_1=L/3$), 见图1所示. 将上述操作重复下去直至无穷, 使剩下的小立方体边长 S 不断减小, 数目逐渐增多, 最后, 由立方体的集合形成门杰(Menger)海绵体.

为了模拟松散岩体的块体颗粒和孔隙度, 可以将其看作是越来越小的岩块不断粘结在较大的块体上. 将上述海绵体模型构造中剩下的小立方体看作是松散岩体的孔隙, 而去掉的小立方体看作是构成松散岩体的骨架. 由此形成的空间结构体模型称为松散岩体的分形模型.

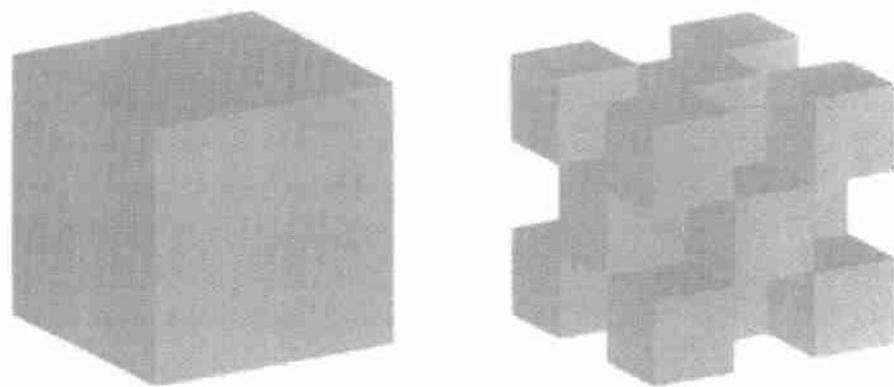


图1 松散岩体分形模型构造图

Fig.1 Structure pattern of fractured rock mass's fractal model

收稿日期 2001-03-02 李长洪, 男, 38岁, 副教授, 博士

* 国家自然科学基金资助课题(No.50074002)

2 松散岩体块体颗粒与孔隙分维

在松散岩体分形模型构造过程中, 将剩下的小立方体看作是松散岩体的孔隙, 而去掉的小立方体看作是构成松散岩体的骨架块体颗粒, 则对应不同特征尺度下的碎块数目与孔隙数目的计算如表 1.

表 1 块体数目与孔隙数目的统计计算表

Table 1 Statistical calculation table of crushed block's number and porosity number

构造次数 n	1	2	3	...	n
特征尺度 r	$L/3$	$L/3^2$	$L/3^3$		$L/3^n$
块体颗粒数 $N_{[r]}$	$\frac{13(1-14^2)}{(1-14)}$	$\frac{13(1-14^3)}{(1-14)}$			$\frac{13(1-14^n)}{(1-14)}$
孔隙数 N_p	14	14^2	14^3	...	14^n

根据表 1 和分形理论可以计算出块体的分维 D_k 为:

$$D_k = \lg \left(\frac{13(1-14^{n+1})/13(1-14^n)}{1-14} \right) / \lg \left(\frac{L/3^n}{L/3^{n+1}} \right) = \lg \left(\frac{14^{n+1}-1}{14^n-1} \right) / \lg 3 \quad (1)$$

孔隙的分维 D_p 为:

$$D_p = \frac{\lg(14^{n+1}/14^n)}{\lg(L/3^n)} = \frac{\lg 14}{\lg 3} \quad (2)$$

对于式(1), 当 $n \rightarrow \infty$, $D_k \rightarrow \lg 14 / \lg 3$, 此时:

$$D_k = D_p \quad (3)$$

对于一般情况, 块体颗粒的分维 D_k 为

$$D_k = \frac{\lg[(q^{n+1}-1)/(q^n-1)]}{\lg(r/r_{n+1})} \quad (q>1) \quad (4)$$

孔隙的分维数 D_p 为

$$D_p = \lg q / \lg(r/r_{n+1}) \quad (q>1) \quad (5)$$

对于式(4), 当 $n \rightarrow \infty$, $D_k \rightarrow \lg q / \lg(r/r_{n+1})$ 此时满足(3)式.

由以上可知: 在实际应用中, 当统计足够精细时, 块体的分维 D_k 与孔隙的分维 D_p 近似相等, 即统计分维与理论模型分维近似相等; 当统计不够精细时, 统计的分维比理论模型分维略大.

3 孔隙度与分维的关系

对于松散岩体分形模型, 在 n 次构造之后, 剩下的单个小立方体孔隙边长 $S_n = L/3^n$, 孔隙个数 N_n 为:

$$N_n = (S_n/L)^{-D} \quad (6)$$

式中, $D = \lg 14 / \lg 3$ 为剩下的小立方体孔隙的分维. 这个海绵体剩下的总体积 V_n 为:

孔隙体积 V_p

$$V_p = N_n S_n^3 = L^3 S_n^{3-D} \quad (7)$$

孔隙度 ϕ

$$\phi = V_p / L^3 = (S_n/L)^{3-D} \quad (8)$$

4 应用

由离散碎裂体够成的自然分形, 如岩石的破碎体和宇宙的星体分布等, 分维数 D 可以定义为^[3-4]:

$$N_{[r]} = Cr^{-D} \quad (9)$$

式中: $N_{[r]}$ 为特征尺度大于 r 的围岩塌落破坏碎块的数目; r 为衡量岩体碎块的特征尺度; C 为岩体材料常数.

根据松散岩体分形模型, 该理论模型分维 $D_{\text{理}} = \lg 14 / \lg 3 = 2.4$. 在对新城金矿主溜井塌落松散岩体做大块统计时得到两个特征尺度及对应的岩体碎块数, 即当 $r = 1000 \text{ mm}$ 时, $N_{[r]} = 8$; 当 $r = 600 \text{ mm}$ 时, $N_{[r]} = 28$.

将 $D = 2.4$, $r = 1000$, $N_{[r]} = 8$, 代入式(9)得:

$$C_1 = 126\,791\,455.4.$$

将 $D = 2.4$, $r = 600$, $N_{[r]} = 28$, 代入式(9)得:

$$C_2 = 130\,232\,996.2.$$

所以, $C = (C_1 + C_2) / 2 = 128\,512\,226$,

$$N_{[r]} = 128\,512\,226 r^{-2.4} \quad (10)$$

从现场调查可知, 新城金矿主溜井围岩塌落碎块中最多最小的特征尺度为 $r = 200 \text{ mm}$, 由式(10)可以计算出, 初始元 $L_0 = 2\,391 \text{ mm}$, $N_{[r]} = 1$. 根据式(7)可得模型孔隙度 ϕ 为

$$\phi = (r/L_0)^{3-D} = (200/2\,391)^{3-2.4} = 22.6\%.$$

这个计算结果指导了松散岩体注浆加固工程范围、注浆加固体强度和注浆材料用量的设计计算, 并且得到了很好的工程验证.

在某塌方区注浆加固工程设计中, 根据工程施工范围和上述松散岩体孔隙度计算注浆量为 112 m^3 , 实际使用浆液为 109 m^3 , 误差仅为 2.7%.

5 结论

(1) 用分形理论研究了松散岩体的块度组成和孔隙度分形特征, 构造了松散岩体的分形理论模型.

(2) 研究了松散岩体的块体颗粒分维、孔隙分维和孔隙度以及它们之间的关系, 得到了松散岩体块体颗粒分维、孔隙分维和孔隙度的计

算公式. 并且当统计达到足够精细时, 块体颗粒分维与孔隙分维近似相等, 即统计分维与理论模型分维近似相等; 当统计不够精细时, 块体颗粒分维比孔隙分维略大, 即统计分维比理论模型分维略大.

(3) 用分形理论模型计算的方法, 获得了新城金矿主溜井松散岩体的理论模型分维 $D_m = 2.4$, 空隙度 $\phi_m = 22.6\%$; 此结果指导了松散岩体注浆加固工程范围、注浆加固体强度和注浆材料用量的设计计算, 得到了实际工程验证.

参 考 文 献

- 1 潘家铮, 包银鸿. 中国坝工灌浆的成就. 见: 国际岩土锚固与灌浆新进展. 北京: 中国建筑工业出版社, 1996
- 2 谢和平. 分形—岩石力学导论. 北京: 科学出版社, 1996
- 3 谢和平, 薛秀谦. 分形应用中的数学基础与方法. 北京: 科学出版社, 1997
- 4 李功伯, 陈庆寿, 徐小荷. 分形与岩石破碎特征. 北京: 地震出版社, 1997
- 5 李长洪. 松散岩体注浆理论及工程应用研究: [博士学位论文]. 北京: 北京科技大学, 2000

Fractal Character of Loose Rock Mass

Li Changhong

Civil and Environmental Engineering School, UST Beijing 100083, China

ABSTRACT Fractured rock mass fractal theoretical model was construct. Block composition and porosity fractal characters of fractured rock mass were studied by using fractal theory. Block fractal number, porosity fractal number and porosity of fractured rock mass, as well as their relationship were studied and formula for calculating them were obtained. When statistics are accurate enough, block fractal number is almost equal to porosity fractal number, which means that statistical fractal dimension is almost equal to theoretical model fractal dimension, otherwise, block fractal number is a little larger than porosity fractal number, which means statistical fractal number is a little larger than theoretical model fractal dimension. By applying the calculating method of fractal theoretical model to the main shaft in Xincheng Gold Mine, the result shows that its theoretical model fractal dimension D_i is 2.4 and porosity is 22.6%. This result played an important role in the design calculation of the grouting reinforcement project's scope, the strength of grouting reinforcement material and the amount of grouting material. The result has been also proved to be correct by the practice.

KEY WORDS fractured rock mass; fractal theory; dimension