DOI：10.13374/j.issn1001-053x.2007.05.021
第29卷 第5期 北京科技大学学报 Vol.29 No.5
2007年 5月 Journal of University of Science and Technology Beijing May 2007

PMSM的高精度感应电势状态观测器与位置估计

徐建英[1,2)] 刘贺平[1)]

1) 北京科技大学信息工程学院，北京 100083 2) 辽宁科技大学电子与信息工程学院，鞍山 114044

摘 要 提出了永磁同步电动机考虑参数变化时精确的感应电势关系式新模型，建立了微分型和非微分型两种高精度感应电势观测器，证明了感应电势观测器的稳定性和收敛性，分析了参数变动对位置估计的影响．针对无位置传感器矢量控制系统，以内埋式永磁同步电动机为例进行了仿真实验研究，结果表明设计的感应电势状态观测器具有优良的性能．

关键词 永磁同步电动机；感应电势；观测器；位置估计；参数变化

分类号 TM341；TM351

为永磁同步电动机(PMSM)的无位置传感器矢量控制方法，可以由状态观测器或扰动观测器估计感应电势或扩展电势，利用包含在其中的速度、相位信息构成矢量控制系统[1-3]．以往的这些方法都是假定速度一定的条件下设计观测器的，在加减速等动态时位置估计上出现了大的误差．因而，基于同相电感 L_i 和镜相电感 L_m 表示的PMSM数学模型，将感应电势本身作为估计对象，考虑转子的速度变化，即考虑加速度的一般坐标系上的最小阶(二阶)状态观测器被提出[4]．但是，由于受磁路饱和、温度变化等的影响，电机参数是会变化的，这将导致位置估计精度下降．

1 PMSM的数学模型

在一般的 dq 同步旋转坐标系上的数学模型由式(1)给出：

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + pL_d & -\omega L_q \\ \omega L_d & R_a + pL_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega\psi_a \end{bmatrix} \tag{1}$$

旋转角速度 ω 与永久磁铁产生的交链电枢的磁链 ψ_a 的乘积 $\omega\psi_a$ 是电机感应电势．在无位置和速度传感器中，转子位置角 θ 和速度 ω 不能检测出来，所以不能直接使用式(1)模型，要定义 $\gamma\delta$ 估计坐标系，即以任意角速度 ω_M 旋转的一般 $\gamma\delta$ 坐标系．该坐标系与转子 N 极等的关系见图1，它比 dq 同步旋转坐标系落后 θ_γ 空间电角度．通过坐标旋转变换将式(1)变换到 $\gamma\delta$ 轴系，得到下式的 $\gamma\delta$ 轴系的电压方程：

$$\begin{bmatrix} u_\gamma \\ u_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a - \omega_M L_{\gamma\delta} + \mathrm{D}L_\gamma & -\omega_M L_\delta + \mathrm{D}L_{\gamma\delta} \\ \omega_M L_\gamma + \mathrm{D}L_{\gamma\delta} & R_a + \omega_M L_{\gamma\delta} + \mathrm{D}L_\delta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_\gamma \\ i_\delta \end{bmatrix} + \omega\psi_a \begin{bmatrix} -\sin\theta_\gamma \\ \cos\theta_\gamma \end{bmatrix} \tag{2}$$

其中，$L_\gamma = \frac{1}{2}[(L_d + L_q) - (L_q - L_d)\cos 2\theta_\gamma]$，$L_\delta = \frac{1}{2}[(L_d + L_q) + (L_q - L_d)\cos 2\theta_\gamma]$，$L_{\gamma\delta} = -\frac{1}{2}(L_q - L_d)\sin 2\theta_\gamma$．又

$$\omega\psi_a \begin{bmatrix} -\sin\theta_\gamma \\ \cos\theta_\gamma \end{bmatrix} = \boldsymbol{e} \tag{3}$$

其中，$\boldsymbol{e} = [e_\gamma \quad e_\delta]^T$ 是 $\gamma\delta$ 轴系的电机感应电势．

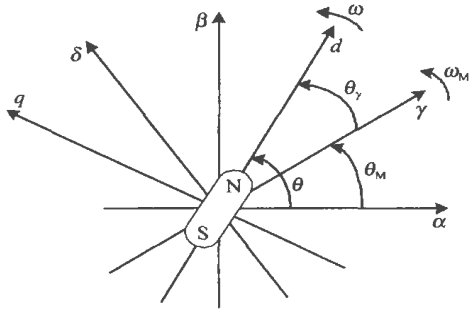

图1 各坐标系及转子位置的相对关系

Fig.1 Connection of coordinate and rotor position

2 考虑参数变化时的最小阶状态观测器

受磁路饱和影响，$\psi_a \neq \mathrm{const}$．这样将式(3)两边对时间求导，可得到如下没有任何近似误差的一般 $\gamma\delta$ 坐标系上关系式的新模型：

$$\mathrm{D}\boldsymbol{e} = \left[\left(\frac{\alpha_2}{\omega} + \frac{\beta_2}{\psi_a}\right)\boldsymbol{I} + (\omega - \omega_M)\boldsymbol{J}\right]\boldsymbol{e} \tag{4}$$

收稿日期：2005-11-21 **修回日期**：2006-03-13

作者简介：徐建英(1961—)，男，副教授，博士研究生；刘贺平(1951—)，男，教授，博士生导师

其中，$\boldsymbol{I}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$，$\alpha_2=\mathrm{D}\omega$ 是加速度，$\beta_2=\mathrm{D}\psi_a$ 是磁链变化率.

在除了极低速的运转区域以外，式(2)右边的第一项比第二项小，对第一项做 $\theta_\gamma\approx 0$ 的近似处理后得[5]：

$$\begin{bmatrix}u_\gamma\\ u_\delta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R_a+\mathrm{D}L_d & -\omega_M L_q\\ \omega_M L_d & R_a+\mathrm{D}L_q\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_\gamma\\ i_\delta\end{bmatrix}+\omega\psi_a\begin{bmatrix}-\sin\theta_\gamma\\ \cos\theta_\gamma\end{bmatrix} \tag{5}$$

由式(5)和(3)得：

$$\boldsymbol{u}=R_a\boldsymbol{i}+(\mathrm{D}\boldsymbol{I}+\omega_M\boldsymbol{J})\boldsymbol{L}\boldsymbol{i}+\boldsymbol{e} \tag{6}$$

其中，

$$\boldsymbol{u}=[\mathrm{u}_\gamma\quad u_\delta]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{i}=[\mathrm{i}_\gamma\quad i_\delta]^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{L}=\begin{bmatrix}L_d & 0\\ 0 & L_q\end{bmatrix}.$$

由式(4)和(6)，可以建立一般 $\gamma\delta$ 坐标系上的最小阶(二阶)状态观测器为下面的新的形式(微分型)：

$$\mathrm{D}\hat{\boldsymbol{e}}=\boldsymbol{G}[\boldsymbol{u}-R_a\boldsymbol{i}-(\mathrm{D}\boldsymbol{I}+\omega\boldsymbol{J})\boldsymbol{L}\boldsymbol{i}]+\left[\left(\frac{\alpha_2}{\omega}+\frac{\beta_2}{\psi_a}\right)\boldsymbol{I}+(\omega-\omega_M)\boldsymbol{J}-\boldsymbol{G}\right]\hat{\boldsymbol{e}} \tag{7}$$

为了避免微分作用，引入中间信号 $\boldsymbol{e}$，可得最小阶状态观测器的又一新的形式(非微分型)：

$$\mathrm{D}\boldsymbol{e}=\boldsymbol{G}[\boldsymbol{u}-R_a\boldsymbol{i}-\omega\boldsymbol{J}\boldsymbol{L}\boldsymbol{i}]+\left[\left(\frac{\alpha_2}{\omega}+\frac{\beta_2}{\psi_a}\right)\boldsymbol{I}+(\omega-\omega_M)\boldsymbol{J}-\boldsymbol{G}\right]\hat{\boldsymbol{e}},\ \hat{\boldsymbol{e}}=\boldsymbol{e}-\boldsymbol{G}\boldsymbol{L}\boldsymbol{i} \tag{8}$$

$\boldsymbol{G}$ 是具有下面形式的观测器增益：

$$\boldsymbol{G}=g_1\boldsymbol{I}+g_2\boldsymbol{I},\ |g_i|<\infty \tag{9}$$

参数 L_d，L_q，R_a，ψ_a，β_2 均应分别由停止和运转在线系统辨识获得的估计值 $\hat{L}_d$，$\hat{L}_q$，$\hat{R}_a$，$\hat{\psi}_a$，$\hat{\beta}_2$ 代替[6].

3 感应电势观测器的稳定性、收敛性证明

式(7)减去式(4)，再考虑到式(6)得：

$$\mathrm{D}[\hat{\boldsymbol{e}}-\boldsymbol{e}]=\left[\left(\frac{\alpha_2}{\omega}+\frac{\beta_2}{\psi_a}\right)\boldsymbol{I}+(\omega-\omega_M)\boldsymbol{J}-\boldsymbol{G}\right][\hat{\boldsymbol{e}}-\boldsymbol{e}] \tag{10}$$

当 $\gamma\delta$ 轴系相位 θ_M 被锁在 dq 轴系相位 θ 上时，有 $\omega-\omega_M=0$，$\left(\frac{\alpha_2}{\omega}+\frac{\beta_2}{\psi_a}\right)\boldsymbol{I}-\boldsymbol{G}$ 视为常数(一般 $\boldsymbol{G}$ 为时变)，式(10)的解：

$$\hat{\boldsymbol{e}}-\boldsymbol{e}=c\mathrm{e}^{\left[\left(\frac{\alpha_2}{\omega}+\frac{\beta_2}{\psi_a}\right)\boldsymbol{I}-\boldsymbol{G}\right]t},\ c=\mathrm{const} \tag{11}$$

式(9)代入式(11)，当 $\frac{\alpha_2}{\omega}+\frac{\beta_2}{\psi_a}-g_1<0$ 时，有 $t\to\infty$，$\hat{e}=e$，即估计值收敛到真值. 故必须满足下面的条件：

$$\left|\frac{\alpha_2}{\omega}+\frac{\beta_2}{\psi_a}\right|<\infty,\ g_1>\frac{\alpha_2}{\omega}+\frac{\beta_2}{\psi_a},$$

即感应电势的稳定估计由标量增益 g_1 决定. 实际中为简单起见，可以取：

$$g_1>\sup\left\{\left|\frac{\alpha_2}{\omega}+\frac{\beta_2}{\psi_a}\right|\right\},\ g_1=\mathrm{const}>0 \tag{12}$$

$$\frac{\alpha_2}{\omega}+\frac{\beta_2}{\psi_a}\to\lim\left\{\frac{\hat{\alpha}_2}{\omega_M}+\frac{\beta_2}{\psi_a}\right\} \tag{13}$$

其中，$\hat{\alpha}_2$，$\hat{\beta}_2$ 分别是 α_2，β_2 的估计值.

4 无位置传感器矢量控制系统中的基于 $\gamma\delta$ 轴系的位置和速度估计

将 $\gamma\delta$ 轴系上的实际电流 i、给定电压 u^*(代替实际电压 u)信息加在上述观测器上，得到感应电势估计值 $\hat{e}$，然后按下式决定转子 N 极相位的估计值 θ_γ：

$$\theta_\gamma=-\tan^{-1}\frac{\hat{e}_\gamma}{\hat{e}_\delta} \tag{14}$$

使用一般二重积分型 PLL(phase locked loop)法[7]，可从 θ_γ 得到估计值 $\hat{\alpha}_2$、$\hat{\omega}$(即 ω_M)以及在固定坐标系上表示的相位估计值 θ(即 θ_M). 这时，$\theta_M\to\theta$ 成立，即相位锁住后，一般 $\gamma\delta$ 坐标系的相位 θ_M 被锁在转子 N 极的相位 θ 上，相位锁定时的一般 $\gamma\delta$ 坐标系就成为与转子 N 极同步为目标的旋转 dq 坐标系. 相位估计器的结构见图 2，它由最小阶状态观测器和相位同步器构成，各自的内部结构见图3和

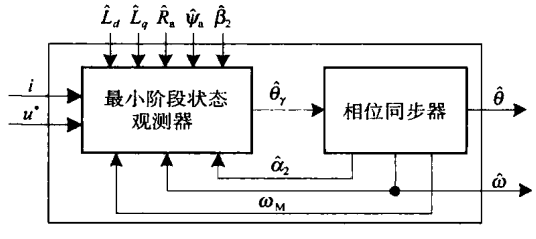

图 2 相位估计器的结构

Fig. 2 Configuration of a phase estimator

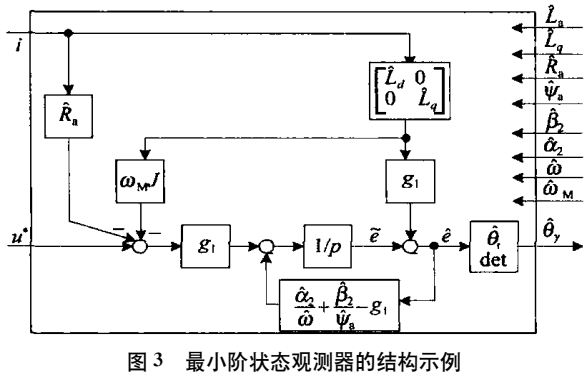

图 3 最小阶状态观测器的结构示例

Fig. 3 Configuration of a minimum-order state-observer

图 4. 图 3 的观测器是令观测器增益 $\boldsymbol{G}$ 中的 $g_2=0$ 设计的.

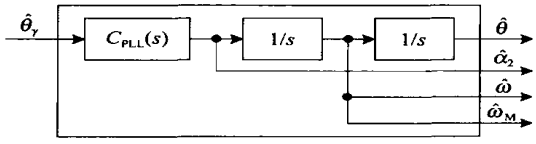

图 4　相位同步器的结构示例

Fig. 4　Configuration of a phase synchronizer

5　参数变动对位置估计的影响

额定参数时的感应电势估计方程：

$$D\bar{\boldsymbol{e}}=\bar{\boldsymbol{G}}[\boldsymbol{u}-\bar{R}_a\boldsymbol{i}-(p\boldsymbol{I}+\omega\boldsymbol{J})\bar{\boldsymbol{L}}\boldsymbol{i}]+\left[\frac{\alpha_2}{\omega}\boldsymbol{I}+(\omega-\omega_M)\boldsymbol{J}-\bar{\boldsymbol{G}}\right]\bar{\boldsymbol{e}} \tag{15}$$

由于参数变动造成的感应电势误差 ε_Δ 为 $\boldsymbol{\varepsilon}_\Delta=\hat{\boldsymbol{e}}-\bar{\boldsymbol{e}}$，但 $\boldsymbol{G}=\bar{\boldsymbol{G}}$，再考虑到式(7)和(15)得：

$$D\boldsymbol{\varepsilon}_\Delta=D\hat{e}-D\bar{\boldsymbol{e}}=\left[\frac{\alpha_2}{\omega}\boldsymbol{I}+(\omega-\omega_M)\boldsymbol{J}-\bar{\boldsymbol{G}}\right]\boldsymbol{\varepsilon}_\Delta+\bar{\boldsymbol{G}}[(\bar{R}_a-R_a)\boldsymbol{I}+(D\boldsymbol{I}+\omega\boldsymbol{J})(\bar{\boldsymbol{L}}-\boldsymbol{L})]\boldsymbol{i}+\frac{\beta_2}{\psi_a}\hat{\boldsymbol{e}} \tag{16}$$

通常，电流增加，一方面温度增加，电阻变大；另一方面磁路饱和增加，电感下降，磁链下降，磁链变化率出现.

5.1　电阻变动对位置估计的影响

$$R_a=\bar{R}_a+\Delta R_a \tag{17}$$

锁住相位后 $\omega=\omega_M$，由式(16)得：

$$\rho\varepsilon_{\Delta R_a}=\left(\frac{\alpha_2}{\omega}\boldsymbol{I}-\bar{\boldsymbol{G}}\right)\varepsilon_{\Delta R_a}-\bar{\boldsymbol{G}}\Delta R_a\boldsymbol{i} \tag{18}$$

式(18)的解：

$$\varepsilon_{\Delta R_a}=-e^{\left(\frac{\alpha_2}{\omega}\boldsymbol{I}-\bar{\boldsymbol{G}}\right)t}\int\bar{\boldsymbol{G}}\Delta R_a\boldsymbol{i}e^{-\left(\frac{\alpha_2}{\omega}\boldsymbol{I}-\bar{\boldsymbol{G}}\right)t}dt \tag{19}$$

一般地，$t\to\infty$ 时，$\varepsilon_{\Delta R_a}\neq 0$，由式(3)可知产生位置估计误差：

$$\theta_{\gamma\Delta R_a}=\sin^{-1}\left(-\frac{\varepsilon_{\Delta R_a}}{\omega\psi_a}\right) \tag{20}$$

5.2　电感变动对位置估计的影响

$$L=\bar{L}+\Delta L \tag{21}$$

由式(16)，

$$D\varepsilon_{\Delta L}=\left(\frac{\alpha_2}{\omega}\boldsymbol{I}-\bar{\boldsymbol{G}}\right)\varepsilon_{\Delta L}\varepsilon_{\Delta L}-\bar{\boldsymbol{G}}(D\boldsymbol{I}+\omega\boldsymbol{J})\Delta\boldsymbol{L}\boldsymbol{i}+\frac{\beta_2}{\psi_a}\hat{\boldsymbol{e}} \tag{22}$$

与式(19)和(20)类似地可求出感应电势误差 $\varepsilon_{\Delta L}$，位置估计误差 $\theta_{\gamma\Delta L}$.

6　仿真结果

内埋式永磁同步电动机(IPMSM)的参数见表 1. 式(13)的上下限值取为±350，观测器增益 $\boldsymbol{G}$ 取为 $g_1=500$，$g_2=0$，$C_{PLL}(s)=\frac{200+4\,000s}{s}$. 图 5 为额定参数时转子位置 θ、估计位置 θ_M 和位置估计误差 $\theta_\gamma=\theta-\theta_M$ 仿真波形. 图 6 为额定参数时转子速度给定 ω^*、转子实际速度 ω、估计转子速度 ω_M 及速度估计误差 $\omega_\gamma=\omega-\omega_M$ 仿真波形. 图 7 和图 8 分别为电阻 R_a 增加 50%时的位置估计和速度估计仿真波形. 图 9 和图 10 分别为 L_d、L_q 和 ψ_a 同时下降 50%时位置估计和速度估计仿真波形. 0～0.5 s 时 ω^* 为 0～350 rad·s^{-1}斜坡给定，0.5～1 s 时 ω^* 为 350 rad·s^{-1}定值给定. 图 5、图 7 和图 9 为 0～0.3 s 时的加速过程位置变化情况，速度达到稳态值后图 5 中的 θ_γ 仍为零，图 7 和图 9 中的 θ_γ 为非零常数(图中作了省略). 由此看出参数变化对估计精度影响很大，但当对参数进行精确辨识时均可基本

表 1　IPMSM 的参数

Table 1　Parameters of IPMSM

电机额定功率/kW	0.735(3 相)
额定电压/V	208
额定电流/A	3
额定频率/Hz	60
极对数，P_n	2
d 轴电感，L_d/mH	42.44
q 轴电感，L_q/mH	79.57
定子电阻，R_a/Ω	1.93
电机惯量，J_m/(kg·m^2)	0.003
电机摩擦系数，B_m/(N·m·rad^{-1}·s)	0.001
磁链系数，ψ_a/(V·rad^{-1}·s)	0.311

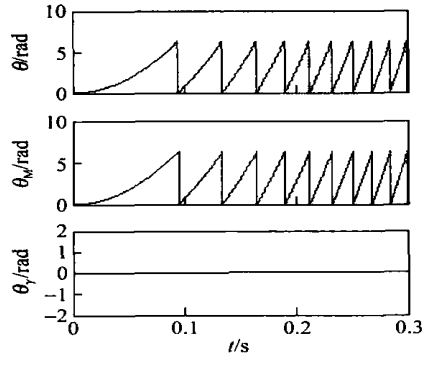

图 5　额定参数时位置估计

Fig. 5　Position estimation at the rated parameters

达到额定参数位置和速度估计的效果.

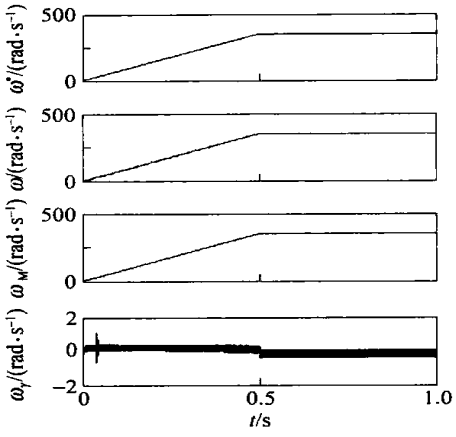

图 6 额定参数时速度估计

Fig. 6 Speed estimation at the rated parameters

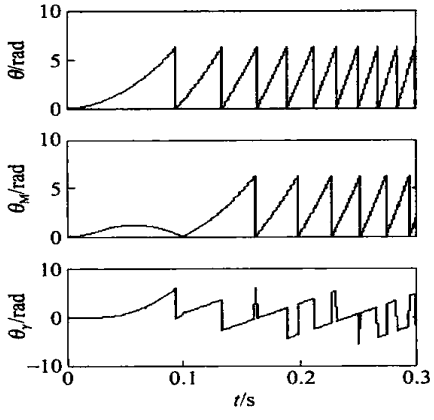

图 7 R_a 增加 50%时位置估计

Fig. 7 Position estimation at R_a increased by 50%

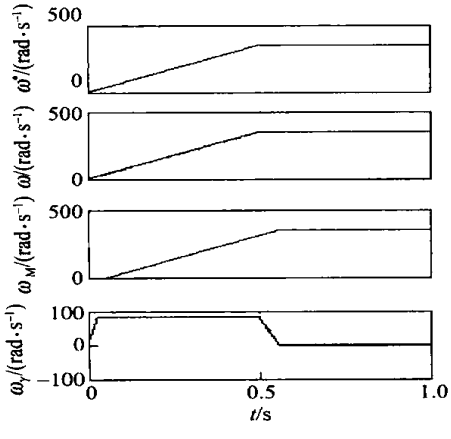

图 8 R_a 增加 50%时速度估计

Fig. 8 Speed estimation at R_a increased by 50%

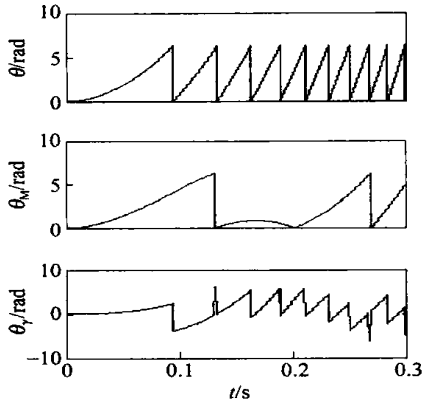

图 9 L_d、L_q 和 Ψ_a 同时下降 50%时位置估计

Fig. 9 Position estimation at L_d, L_q and Ψ_a decreased by 50%

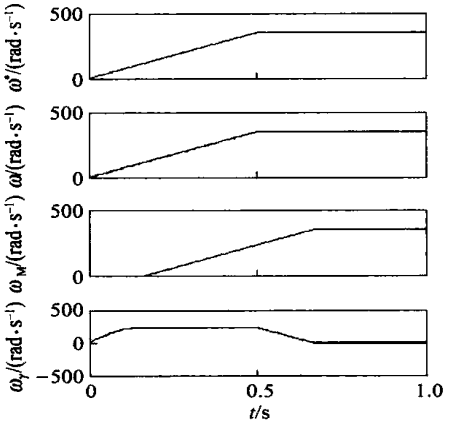

图 10 L_d、L_q 和 Ψ_a 同时下降 50%时速度估计

Fig. 10 Speed estimation at L_d, L_q and Ψ_a decreased by 50%

7 结论

本文对考虑加速度时的最小阶感应电势状态观测器进行了改良,提出了考虑参数变化,即考虑磁路饱和、温度变化等影响时的高精度感应电势观测器方案. 理论分析与仿真实验相吻合,准确估计参数后,除了极低速以外,不仅在稳态,在动态也可实现位置和速度的精确估计. 该方法与零速到低速的估计方法(如高频注入法等)的混合使用,可实现全速度范围内的高精度位置和速度估计.

参 考 文 献

[1] 李永东. 交流电机数字控制系统. 北京:机械工业出版社,2002

[2] Chen Z Q, Tomita M, Doki S J, et al. An extended electromotive force model for sensorless control of interior permanent-

magnet synchronous motors. **IEEE Trans Ind Electron**, 2003, 50(2): 288

[3] Morimoto S, Kawamoto K, Sanada M, et al. Sensorless control strategy for salient-pole PMSM based on extended emf in rotating reference frame. **IEEE Trans Ind Appl**, 2002, 38(4): 1054

[4] 新中新二. PMSMの加速度項を有する最小次元•誘起电压•状态オブザーバとこれを用いたセンサレスベクトル制御法//社团法人电气学会. 平成 15 年电气学会全国大会讲演论文集. 东京:(社)电气学会, 2003

[5] 武田洋次,松井信行,森本茂雄,等. 埋ごみ磁石同期モータ设计と制御. 东京: オーム社, 2001

[6] 神名玲秀, 森本茂雄, 武田洋次. PMモータシステムのオンラインパラメータ同定法//社团法人电气学会. 平成 16 年电气学会全国大会讲演论文集. 东京:(社)电气学会, 2004: 118

[7] 新中新二. 永久磁石同期モータの最小次元 D 因子状态オブザーバとこれを用いたセンサレスベクトル制御法の提案. 电学论D, 2003, 123(12): 1446

An electromotive force observer and position estimation with high precision for a permanent magnet synchronous motor

XU Jianying[1,2], *LIU Heping*[1]

1) Information Engineering School, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

2) School of Electronic and Information Engineering, Liaoning University of Science and Technology, Anshan 114044, China

ABSTRACT Taking parameter variation into account, a new model of the induced electromotive force relation of a permanent magnet synchronous motor (PMSM) was presented. Two kinds of induced electromotive force observers with high precision, differential and non-differential, were established. The stability and astringency of the induced electromotive force observers was proved. The effect of parameter variation on their position estimation was analyzed. For a sensorless vector control system, the interior permanent magnet synchronous motor for instance was systematically simulated. The results show that the induced electromotive force observers have excellent performance.

KEY WORDS permanent magnet synchronous motor; induced electromotive force; observer; position estimation; parameter variation