

集成函数在基于不精确法的集成稳健设计中的应用

范进桢^{1, 2)} 张文明¹⁾ 申炎华¹⁾ 赵秀婷¹⁾

1) 北京科技大学土木与环境工程学院, 北京 100083 2) 宁波职业技术学院, 宁波 315800

摘 要 针对产品在设计初期影响产品质量的各种不确定性因素, 将不精确法与稳健设计相结合. 根据不精确法的映射方法, 把产品的设计变量从设计变量空间(DVS)映射到性能变量空间(PVS), 并建立设计变量到性能参数的映射函数——集成函数, 利用其合成PVS中的不同性能偏爱, 完成多属性的偏爱集成或多个评价者之间的偏爱集成. 以减速器为例说明集成函数对多属性集成稳健设计方案求取最优决策的应用. 实例表明该方法是方便和实用的.

关键词 不精确法; 集成稳健设计; 偏爱; 映射; 集成函数

分类号 TH 113.22

产品从初期设计、制造到实际使用的过程中, 存在多种不确定性, 主要有模糊不确定性、随机(离散)不确定性和认知(缺乏知识)不确定性^[1]. 因此, 工程稳健设计要实现产品质量特征稳定性, 不仅要考虑单一的不确定性, 而且要对其他不确定性同时加以考虑. 不精确法就是从工程设计的初期阶段, 通过调整设计变量, 在设计过程产生偏爱的、最终的数值, 并与优化技术相结合寻求稳健优化解, 使产品或系统的功能函数具有较好的稳健性. 不精确法对设计参数的选择值是基于 $[0, 1]$ 的设计并优化参数, 而不是依靠本身的参数值, 它包括如必然、可能和概率等其他信息. 所以不精确法综合考虑了各种不确定性因素对产品稳健设计的影响, 使产品稳健设计利用可控因素(如设计变量等)与不可控因素(如噪声、人、机、料和环境)的差异之间交互作用的干扰, 找出设计因素适当的参数水平搭配, 使得质量特征的波动尽可能减小.

国外学者应用不精确法对跳水板和轿车的结构设计进行了研究^[1], 已经取得了成果. 本文主要把不精确法应用范围进行推广, 从原来仅仅应用在产品的概念设计的初期阶段, 到使其与稳健设计联系起来, 以求得在最初的设计方案选择中, 就对各方案的稳健特性进行了解.

1 不精确法概述

1.1 不精确法

不精确法(method of imprecision, 简称 MoI), 是

一种在初期设计时表示和处理不精确设计数据的正式体系, 并允许设计者在设计过程中大量地合成他们的工程判断(偏爱)的方法学^[2]. MoI 主要用来比较或对比在建议设计和各种备选设计方案中的不同目标^[3-4]. 文献[5-6]利用偏爱集成法结合认知的未确定性在工程稳健优化设计方面做了深入的分析研究; 根据实体模型, 讨论了用不精确法为多标准决策制订选择集成函数的方法; 详细介绍了不精确法和模糊集合在多目标决策的初期研究, 而得到集合函数的参数族, 并根据最后实际应用结果做出相应的分析.

在 MoI 中, 设计者利用模糊集合数学对不同的设计变量值 d_i 表示自己的偏爱; 每个设计变量的偏爱分配在闭区间 $[0, 1]$ 中, 0 表示完全不可接受, 1 表示完全接受. 设计变量可以是离散的、连续的、或语言值等. 一方面, 设计者根据自己的偏爱创建一个“设计者偏爱的设计变量值 d ”的模糊集合. 在这个模糊集合的隶属函数中, d 表示不精确变量, 可用真实的数表示, 是设计者的偏爱值. 另一方面, 不精确性由函数 μ_d 来表示偏爱, 在这个范围内, 对特殊值描述期望或优化, 如图 1 所示.

采用设计变量到性能变量的映射方式, 将设计者的判断和经验与初期的设计问题相结合. 使设计者的偏爱在设计变量上体现, 且映射到性能空间中, 在性能空间中, 将设计变量的偏爱转化为对性能变量的偏爱, 性能变量用模糊集合表示. 设计者和其他人也可直接在性能变量上规定偏爱, 且表示出设计的功能需求.

收稿日期: 2006-04-24 修回日期: 2006-07-24

基金项目: 国家自然科学基金项目资助项目(No. 50475173)

作者简介: 范进桢(1964—), 男, 副教授, 博士研究生; 张文明(1955—), 男, 教授, 博士生导师

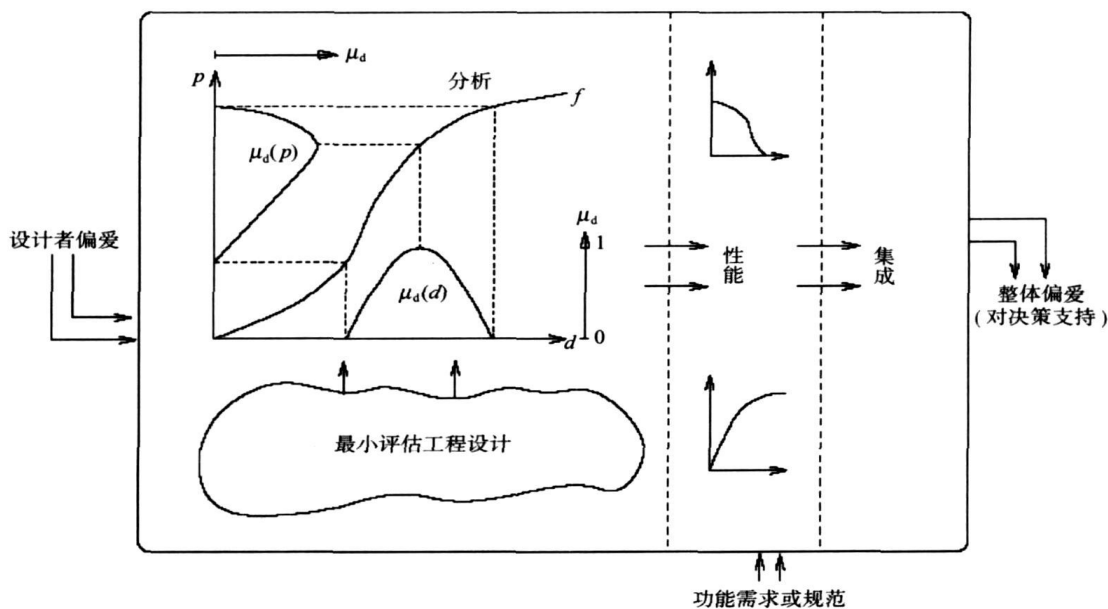


图 1 不精确法

Fig.1 Method of imprecision

1.2 设计变量到性能变量的映射

在设计变量空间(DVS)中,设计变量 $d_1, \dots, d_n$ 的集合成一个 n 维矢量 $\mathbf{d}$,这些变量之间是相互独立的,即 d_1 不是其他任一变量的函数.性能变量 $p_1, \dots, p_q$ 是对设计方面的量化.每个性能变量 p_j 定义为一个映射 f_j ,即 $p_j = f_j(\mathbf{d})$.映射 f_j 可以用来评价任何设计性能的计算或者程序.性能变量 p_j 的集合成一个 q 维矢量 $\mathbf{p}$, $\mathbf{p} = \mathbf{f}(\mathbf{d})$,性能变量空间(PVS)包含所有的性能矢量 $\mathbf{p}$,主要量化设计变量的设计方案的性能,从而在总体偏爱中找到最好的设计参数,如图 2 所示.

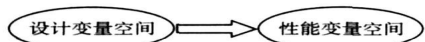


图 2 设计变量空间到性能变量空间的映射

Fig.2 Mapping from a design variable space to a performance variable space

在偏爱合成中,把偏爱表达为性能测量的集成函数,反映了折中策略.集成函数是优化设计多属性过程的公式,满足工程设计的限制,分为补偿和非补偿函数.判断其是否有补偿性能,取决于折中策略 s ;当 $s=0$ 时,各质量属性的偏爱为完全可补偿;当 $s=-\infty$ 时,各质量属性之间为完全不可补偿;当 $s=+\infty$ 时,为最大补偿.高等级的函数可对低等级的函数进行补偿.公式化的集成属性能决定合理和清晰的非正式或绝对的优化目标.优化方法也能清楚地理解和记载设计决策过程.当在设计过程的下一阶段出现特殊设计优化问题时,可提供清楚和完

整的图来表明决策完成的情况.进一步说,优化可使用重复更新的信息,确认或推翻原始的设计.

在进行设计方案评价时,从设计变量空间映射到性能变量空间,从性能变量空间选取偏爱,再进行方案的选取.由于在设计方案评价时存在不确定性,采用集合到集合的映射比较合适.

2 不精确法的主要公理

2.1 单调性

对 $\mu_n \leq \mu'_n$, $p((\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu_n, \omega_n)) \leq p((\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu'_n, \omega_n))$; 对 $\omega_n \leq \omega'_n$, $\mu_i \leq \mu'_n$, $\forall i < n$, $p((\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu_n, \omega_n)) \leq p((\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu_n, \omega'_n))$.

只有一个属性偏爱增加或减少,总体偏爱沿相同方向移动或不变;增加偏爱最大的属性的权重不会导致总体偏爱的下降.

2.2 交换性

$p((\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu_k, \omega_k), \dots, (\mu_j, \omega_j), \dots, (\mu_n, \omega_n)) = p((\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu_j, \omega_j), \dots, (\mu_i, \omega_i), \dots, (\mu'_n, \omega_n))$, $\forall i, j$ 总体偏爱与被合并的各属性偏爱的次序无关.

2.3 连续性

$p((\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu_k, \omega_k), \dots, (\mu_n, \omega_n)) = \lim_{\mu'_k \rightarrow \mu_k} p((\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu'_k, \omega_k), \dots, (\mu_n, \omega_n))$, $\forall k$,
 $p((\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu_k, \omega_k), \dots, (\mu_n, \omega_n)) = \lim_{\omega'_k \rightarrow \omega_k} p((\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu_k, \omega'_k), \dots, (\mu_n, \omega_n))$, $\forall k$,

集成函数关于偏爱和权重是连续的。

2.4 等幂性

对于 $\omega_1, \dots, \omega_n \geq 0; \omega_1 + \dots + \omega_n > 0, p((\mu, \omega_1), \dots, (\mu, \omega_n)) = \mu$. 当所有属性的偏爱相同时, 总体偏爱与各属性的偏爱相同。

2.5 否决性

对 $\omega \neq 0, p((\mu_1, \omega_1), \dots, (0, \omega), \dots, (\mu_n, \omega_n)) = 0$. 如果一个属性的偏爱为 0, 则总体偏爱为 0。

单调性、交换性和连续性是多属性决策方案的普遍公理。等幂性是利用 MoI 对多属性方案进行决策的重要原理。它说明如果有几个同一性偏爱的变量合并起来, 那么总体偏爱必然与个别变量的偏爱一样; 也反映了总体偏爱的约束, 即对一个设计的偏爱即不能超过最高等级的偏爱, 也不能低于最低等级的偏爱。

3 集成稳健设计的数学建模

3.1 建立优化模型

稳健设计是多目标多属性的设计, 为综合随机和认知的不确定性因素, 给出多目标优化问题如下。

对给定的名义值 z 和 p 以及变量 σ_x, σ_z 和 Δp , 找出名义值 x , 使目标函数 $f(X, Z, P, \sigma_x, \sigma_z, \Delta p)$ 最小, 约束函数:

$$g(X, Z, P, \sigma_x, \sigma_z, \Delta p) \leq 0 \tag{1}$$

其中, $x_L \leq x \leq x_U, z_L \leq z \leq z_U, L$ 表示下限, U 表示上限; σ_x^2, σ_z^2 分别代表 X 和 Z 的随机变量; Δp 表示 P 中认知的不确定因素, 它表示的是偏差而不是方差; f 是最终的集成目标函数; X 是设计变量矢量, 也可能属于随机变量; Z 是名义上固定但属于离散变量的随机参数矢量, 它包括了属于随机不确定性的所有参数; g 是约束函数; P 是属于非离散不确定性的认知的参数矢量, 它包括了属于认知的不确定性的所有参数。 P 描述了设计者或用户的偏爱, 这些认知参数在多标准优化设计方面和其他适当的认知不确定性所提供模型方面之间包含了折中策略。

3.2 用区域法获得目标函数

用区域法对决定认知未确定的参数进行建模, 即目标函数中的 Δp . 对认知的未确定因素由简单的范围表示。

如折中策略 s 用数的区间 $s \in [s_L, s_U]$ 表示 (L 表示下限, U 表示上限), 而不用精确数值表示。

当利用区域法建立了认识的未确定因素模型时, 基本的研究就是要获得在设计空间中的最小性能, 此时设计空间在所有设计变量和设计参数的变

化区域内; 然后利用偏爱集成函数在这些最小的性能中取最大者作为优化稳健设计。

偏爱集成函数的表达式如下:

$$P((\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu_n, \omega_n)) = \left(\frac{\omega_1 \mu_1^s + \dots + \omega_n \mu_n^s}{\omega_1 + \dots + \omega_n} \right)^{\frac{1}{s}} \tag{2}$$

其中, μ_i 表示对 i 种设计属性名义性能的偏爱, ω_i 表示分配到 i 种设计属性中的权重, s 表示设计属性之间的折中策略。 s, μ_i, ω_i 均为认知的不确定性。当 s 和 ω_i 正确地选择后, 最大的 P_s 决定最好的设计。

在集成函数的表达式中, 偏爱函数值在区间 $[0, 1]$, 0 表示完全不能接受, 1 表示十分满意。

集成函数是用集成算子合并 PVS 上的不同性能测量, 满足不精确法公理。主要在目标、决定相关重要性和补偿等级之间, 完成折中。既可以用于多属性偏爱的集成, 也可用于多个评价者之间的偏爱集成。

例如对集合的两个等级, 第一等级是对名义值:

$$p_{s_0}(\mu_1, \mu_2; \omega_1, \omega_2) = \left(\frac{\omega_1 \mu_1^{s_0} + \omega_2 \mu_2^{s_0}}{\omega_1 + \omega_2} \right)^{\frac{1}{s_0}} \tag{3}$$

其中, μ_1, μ_2 分别表示对两种设计属性的名义性能偏爱; ω_1, ω_2 分配到这些设计属性中的权重; s_0 表示两种设计属性之间的折中策略, 确定 s_0 可按文献 [8] 所述的方法求解。

在区域法中, 偏爱目标是最大的集成名义性能。最终的集成函数可写为:

$$\max_x (\min_{z, p} (p_s(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n; \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n))) \tag{4}$$

这里的最大和最小可由所有的名义 x, z 和 p 的值取代。

以上的方程是实际的两环优化问题, 包含了外环和内环。内环优化目标是得到在定点 x 的名义集成性能和通用变量性能的最小集成性能。在外环优化在这些最小集成性能中寻找最大。设计参数的范围可直接或无关点等其他方法获得。

4 实例分析

以文献 [8] 中的减速器为例, 采用集成函数偏爱法, 根据对八个属性 (中心距、质量、安装方便性、加工方便性、加工成本、材料成本、试制投产时间、设计进度) 的偏爱对三个设计方案进行评价。

(1) 基于证据推理与粗集理论的主观综合评价方法 [8], 建立属性层次结构, 各级属性的权重由多

个评价者通过 AHP 分析得到,如表 1 所示.

表 1 各评价属性的权重
Table 1 Weights for estimated attributes

ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	ω_8
0.125	0.875	0.250	0.750	0.250	0.750	0.500	0.500

(2) 对本例,利用证据推理对属性进行合成,由设计者根据主观判断确定八个属性的偏爱如表 2 所示.

表 2 三种方案各属性的偏爱值
Table 2 Preference values of attributes for three programs

方案	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6	μ_7	μ_8
方案 1	0.8	0.4	0.6	0.5	0.3	0.3	0.6	0.8
方案 2	0.6	0.6	0.45	0.5	0.6	0.4	0.7	0.8
方案 3	0.75	0.7	0.45	0.7	0.5	0.5	0.6	0.7

(3) 利用式(2)对上述权重和偏爱进行集成.设两属性的偏爱分别为 $[1, 0.125]$ 和 $[0.25, 1]$ 均等于偏爱为 $[0.5, 0.5]$,从而确定折中 s 分别为: $s_1 = -4.186, s_2 = -2.354, s_3 = 3.123$.

(4) 由式(2)计算的总体偏爱分别为 $p_1 = 0.3854, p_2 = 0.5908, p_3 = 0.7481, p_3 > p_2 > p_1$,从而可知第三种设计方案最佳.

5 结论

本文利用不精确法,讨论了从设计变量空间到性能变量空间的映射取得的目标偏爱来表示和处理不确定的设计信息.集成函数在集成偏爱中起着非

常重要的作用,它允许用户决定什么才是好的折中参数,用折中参数来帮助和指导选择设计方案.实例说明了利用集成函数确定最佳设计方案的方法.应用集成函数一方面为今后的多属性方案决策提供选择最佳设计方案的方法;另一方面为集成稳健设计研究奠定基础.

参 考 文 献

[1] Scott M J. Formalizing Negotiation in Engineering Design [Dissertation]. Pasadena: California Institute of Technology, 1999

[2] Antonsson E K, Otto K N. Imprecision in engineering design. ASME J Mech Des, 1995, 117(B): 25

[3] Otto K N, Antonsson E K. The method of imprecision compared to utility theory for design selection problems// Design Theory and Methodology—DTM '93; New York: ASME, 1993: 167

[4] Otto K N. A Formal Representational Theory for Engineering Design [Dissertation]. Pasadena: California Institute of Technology, 1992

[5] Wood K L. A Method for Representing and Manipulating Uncertainties in Preliminary Engineering Design [Dissertation]. Pasadena: California Institute of Technology, 1989

[6] Wood K L, Antonsson E K. Computations with imprecise parameters in engineering design: background and theory. ASME J Mech Trans Autom Des, 1989, 111(4): 616

[7] Wood K L, Antonsson E K. Modeling imprecision and uncertainty in preliminary engineering design. Mech Mach Theory, 1990, 25(3): 305

[8] 吴昭同,余忠华,陈文华,等. 保质设计. 北京:机械工业出版社,2004

[9] 陈立周. 基于概率模型的产品质量设计一般原理与方法. 北京科技大学学报,2001, 23(5): 466

Application of aggregation function in aggregation robust design based on the method of imprecision

FAN Jinzhen^{1,2)}, ZHANG Wenming¹⁾, SHEN Yanhua¹⁾, ZHAO Xiuting¹⁾

1) Civil and Environmental Engineering School, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China
2) Ningbo Polytechnic Institute, Ningbo 315800, China

ABSTRACT Based on the method of imprecision (MoI) and the robust design, uncertainty factors which influences the quality of products were considered during preliminary design. Using MoI mapping from a design variable space (DVS) to a performance variable space (PVS), an aggregation function was built and incorporated in different performance preferences on PVS to accomplish aggregation preferences for multi-attributes or more estimating persons. The example of gearbox was illustrated an application of the aggregation function in the optimal decision making of robust design. The results show that it is a convenient and practical method.

KEY WORDS imprecision method; aggregation robust design; preference; mapping; aggregation function