

# 外啮合非对称齿轮泵优势分析

李 威 王成兵 王小群

北京科技大学机械工程学院, 北京 100083

**摘 要** 研究了新型非对称双压力角齿轮泵, 得出非对称齿轮利用工作侧压力角的增大或齿数的增加能提高流量的同时可有效减小脉动系数的结论. 同时工作侧压力角的增大, 最小油膜厚度和油膜比厚显著增大, 对改善齿面润滑极为有利, 并用 Matlab 软件进行了仿真验证, 为进一步推广非对称齿轮泵的应用提供了理论依据.

**关键词** 非对称齿轮泵; 工作原理; 流量脉动; 润滑性能

**分类号** TH137.51

齿轮泵的结构和工艺在各类液压泵中最简单, 并在价格、可靠性、寿命、抗污染以及自吸能力等方面都有很强的优势, 因此在液压传动与控制技术中, 齿轮泵的应用占很大的比重. 但齿轮泵也有不少缺点, 对称齿轮泵主要是流量脉动较大, 齿面磨损严重, 动态性能差, 噪声较大, 排量不可变等问题<sup>[1]</sup>. 其中流量脉动和齿面磨损问题显得尤其突出, 它严重制约着齿轮泵的应用. 另外齿轮做为齿轮泵的核心元件, 主要的失效形式为齿轮工作侧的磨损, 在润滑良好的闭式齿轮传动中, 齿面的滑动系数是反映齿轮磨损程度的重要指标. 非对称齿轮左右两侧的压力角和模数不同<sup>[2-3]</sup>. 工作侧的压力角大, 非工作侧压力角小<sup>[4]</sup>. 通过非对称齿轮泵的流量及脉动系数以及工作侧滑动系数与对称齿轮泵的比较, 说明非对称齿轮泵可有效解决流量脉动和齿面磨损以及润滑问题.

## 1 非对称齿轮泵瞬态流量分析

齿轮泵的平均流量定义为单位时间内的排液体积, 即  $Q = V/t$ . 瞬态流量即某一瞬时的排液体积或当  $t \rightarrow 0$  时的排液体积, 即  $Q = dV/dt$ . 由于液压泵是液压系统的动力源, 液压泵的瞬态流量特性对液压系统的工作质量有着决定性影响. 液压泵的瞬态流量为常量 ( $Q = dV/dt = \text{const}$ ) 是理想的, 实际上液压泵的瞬态流量在理论上都不是均匀的. 如果泵的瞬态流量脉动大, 不仅会使液压缸运动的平稳性、液压马达转速的均匀性变差, 而且会引起压力脉动, 进而使管道、阀门乃至整个系统振动, 特别是在

共振时, 发出很强的噪声, 对泵会产生破坏性的影响.

对非对称外啮合齿轮的瞬态流量进行分析, 如图 1 所示, 当主动轮 1 在  $dt$  时间内转过  $d\varphi_1$  角时, 从动轮 2 转过  $d\varphi_2$ , 根据齿轮啮合基本定律, 节圆上速度相等的条件来决定, 即:

$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \rightarrow \omega_2 R_2 dt = \omega_1 R_1 dt \rightarrow d\varphi_2 = R_1 d\varphi_1 / R_2 \quad (1)$$

式中,  $\omega_1$ 、 $\omega_2$  为齿轮 1、2 的角速度;  $R_1$ 、 $R_2$  为齿轮 1、2 的节圆半径.

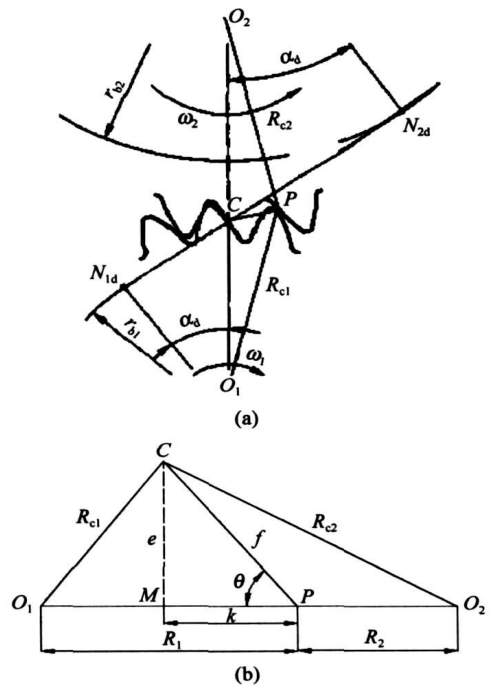


图 1 非对称齿轮啮合与三角关系图

此时, 齿轮 1 位于压油腔的齿面所扫过的体积  $dV_1$  根据扫面积原理可知应该等于  $R_{a1}$  和  $R_{c1}$  转过

$d\varphi_1$  角扫过的扇形面积之差与齿宽  $B$  的积, 即

$$dV_1 = B \left[ \frac{R_{a1}^2 d\varphi_1}{2} - \frac{R_{c1}^2 d\varphi_1}{2} \right] = \frac{B}{2} (R_{a1}^2 - R_{c1}^2) d\varphi_1 \quad (2)$$

同理从动轮位于压油腔所扫过的容积为:

$$dV_2 = B \left[ \frac{R_{a2}^2 d\varphi_2}{2} - \frac{R_{c2}^2 d\varphi_2}{2} \right] = \frac{B}{2} (R_{a2}^2 - R_{c2}^2) d\varphi_2 = \frac{B}{2} (R_{a2}^2 - R_{c2}^2) \frac{R_1}{R_2} d\varphi_1 \quad (3)$$

式中,  $R_{a1}$  ( $R_{a2}$ ) 为主 (从) 动齿轮工作侧齿顶圆半径;  $R_{c1}$  ( $R_{c2}$ ) 为主 (从) 动齿轮瞬态啮合半径.

所以从压油腔排出容积为:

$$dV = dV_1 + dV_2 = \frac{B}{2} \left[ (R_{a1}^2 - R_{c1}^2) + (R_{a2}^2 - R_{c2}^2) \frac{R_1}{R_2} \right] d\varphi_1 \quad (4)$$

将(4)两边各除以  $dt$ , 便可以求得瞬态流量为:

$$Q(t) = \frac{B\omega_1}{2} \left[ 2R_1(h_1 + h_2) + h_1^2 + \frac{R_1}{R_2} h_2^2 - \left[ 1 + \frac{R_1}{R_2} \right] f^2 \right] \quad (5)$$

式(5)中有  $R_{c1}$  和  $R_{c2}$  两个自变量, 可利用图 1(b) 三角函数关系加以简化:

$$\begin{cases} R_{c1}^2 = R_1^2 - 2kR_1 + f^2 \\ R_{c2}^2 = R_2^2 - 2kR_2 + f^2 \end{cases} \quad (6)$$

另外, 齿顶圆半径  $R_{a1}$  和  $R_{a2}$  与  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $h_1$ 、 $h_2$  有如下关系, 即

$$\begin{cases} R_{a1}^2 = (R_1 + h_1)^2 = R_1^2 + 2R_1h_1 + h_1^2 \\ R_{a2}^2 = (R_2 + h_2)^2 = R_2^2 + 2R_2h_2 + h_2^2 \end{cases} \quad (7)$$

将(7)和(6)代入(5)整理得:

$$Q(t) = \frac{B\omega_1}{2} \left[ 2R_1(h_1 + h_2) + h_1^2 + \frac{R_1}{R_2} h_2^2 - \left[ 1 + \frac{R_1}{R_2} \right] f^2 \right] \quad (8)$$

式中,  $B$  为齿轮宽度;  $R_1$  为主动轮节圆半径;  $R_2$  为从动轮工作侧节圆半径;  $h_1$  ( $h_2$ ) 为主 (从) 动轮工作侧齿顶高;  $f$  为啮合点  $C$  到节点  $P$  距离 (啮合点位移).

由于非对称齿轮泵也满足渐开线的啮合条件, 故根据渐开线理论可知:

$$f = R_{b1}\varphi_1 = R_{b2}\varphi_2 \quad (9)$$

式中,  $R_{b1}$  ( $R_{b2}$ ) 为主 (从) 动轮工作侧基圆半径;  $\varphi_1$  ( $\varphi_2$ ) 为啮合点运动到节点时主 (从) 动轮的转角.

将(9)代入(8)得:

$$Q(t) = \frac{B\omega_1}{2} \left[ 2R_1(h_1 + h_2) + \right.$$

$$\left. h_1^2 + \frac{R_1}{R_2} h_2^2 - \left[ 1 + \frac{R_1}{R_2} \right] R_{b1}^2 \varphi_1^2 \right] \quad (10)$$

由于齿轮泵的一对啮合齿轮具有相同的几何参数, 即:

$$R_1 = R_2 = R, h_1 = h_2 = h, \omega_1 = \omega_2 = \omega, R_{b1} = R_{b2} = R_b$$

将上列各式参数关系式及(9)代入式(10)得:

$$Q(t) = B\omega [2Rh + h^2 - f^2] \quad (11)$$

又因为  $R_{a1} = (R + h)^2$  代入(11)可以得到:

$$Q(t) = B\omega [R_{a1}^2 - R^2 - f^2] \text{ 或 } Q(t)_{\min} = B\omega \left[ R_{a1}^2 - R^2 - R_b^2 \left( \frac{\pi \varepsilon}{z} \right)^2 \right] \quad (12)$$

由此式可知  $Q(t)$  与工作侧基圆半径  $R_b$  按抛物线变化.

## 2 非对称齿轮泵脉动系数分析

流量脉动系数  $\hat{Q}$  是描述流量品质的重要参数之一, 有三种定义方式, 这里选择表达式:

$$\hat{Q} = (Q_{\max} - Q_{\min}) / Q_{\min} \quad (13)$$

由式(11)可知, 当  $f=0$  即 ( $t=0$ ) 时, 也就是两啮合齿轮啮合点与节点重合时,  $Q(t)$  取最大值, 即:

$$Q(t)_{\max} = B\omega (R_{a1}^2 - R^2) \quad (14)$$

当  $f = -\frac{l}{2} = -\frac{\varepsilon}{2} t_j$  ( $t_j$  为齿轮基节, 且有  $l = \varepsilon t_j$ ) 时, 即当两啮合齿轮刚进入啮合开始排油时,  $Q(t)$  取最小值, 即:

$$Q(t)_{\min} = B\omega \left[ R_{a1}^2 - R^2 - \frac{\varepsilon^2 t_j^2}{4} \right] \quad (15)$$

假设  $f = -\frac{\varepsilon}{2} t_j$  所对应的圆心角为  $\varphi_A$ , 由于  $t_j$  对应的圆心角  $\varphi_j = \frac{2\pi}{z}$  ( $z$  为齿轮齿数), 则有:  $\varphi_A = -\frac{\varepsilon}{2} \cdot \frac{2\pi}{z} = -\frac{\pi \varepsilon}{z}$  代入(15)得到:

$$Q(t)_{\min} = B\omega \left[ R_{a1}^2 - R^2 - R_b^2 \left( \frac{\pi \varepsilon}{z} \right)^2 \right] \quad (16)$$

将(14)(16)代入(13)得到流量脉动系数:

$$\hat{Q} = \frac{R_b^2 \left( \frac{\pi \varepsilon}{z} \right)^2}{R_{a1}^2 - R^2} \quad (17)$$

## 3 非对称齿轮泵弹性流体动力润滑的影响分析

运转齿轮副的齿面上能否形成弹流油膜, 既要看局部受载大小和形成流体动力润滑油膜所需条件, 又取决于接触体材料的弹性及润滑油的压粘特性和温粘特性. 而油膜一旦形成, 则可使轮齿承载

能力大大提高。

能否建立起油膜及润滑状态,主要是看最小油膜厚度,接触区内的平均油膜厚度  $H_0$ , 粘性参数  $g_v$ , 弹性参数  $g_e$  和油膜比厚  $\lambda$ . 根据 Dawson 和 Grubin<sup>[5]</sup> 公式,  $\alpha_n = 20^\circ$  时的  $H_{\min}$ ,  $H_0$ ,  $g_v$ ,  $g_e$  和  $\lambda$  可分别按下式计算:

$$H_{\min} = \frac{2.65 \alpha^{0.54}}{E^{0.03} W_n^{0.13}} \left[ \frac{\eta_0 n_1}{30} \right]^{0.7} \frac{(a_0 \sin 20^\circ)^{1.13} i^{0.43}}{(i \pm 1)^{1.56}} \quad (18)$$

$$H_0 = 1.95 (\alpha \eta_0 U)^{8/11} R^{4/11} (E/W_n)^{1/11} \quad (19)$$

式中,  $\alpha$  为粘压指数,  $m^2/N$ ;  $E$  为当量弹性模量, Pa;

$W_n$  为单位齿长上的法向载荷,  $W_n = \frac{F_m}{b \cos \alpha_n}$ ,  $N \cdot m$ ;

$F_m$  为圆周力, N;  $a_0$  为中心距, m;  $i$  为传动比;  $b$  为齿宽, m;  $\eta_0$  为常压下黏度,  $Pa \cdot s$ ;  $n_1$  为主动轮转速,

r/min;  $U$  为平均滚动速度, m/s;  $U = \frac{\pi n_1}{30} \left[ \frac{a_0}{i \pm 1} \right] \sin \alpha_n$ .

$$g_v = \left[ \frac{a^2 W_n^3}{\eta_0 U R^2} \right]^{1/2} \quad (20)$$

式中,  $R$  为节点啮合的有效曲率半径, m,  $R =$

$$a_0 \sin \alpha_n \frac{i}{(i \pm 1)^2}.$$

$$g_e = \left[ \frac{W_n^2}{\eta_0 U E R^2} \right]^{1/2} \quad (21)$$

$$\lambda = \frac{H_{\min}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} \quad (22)$$

式中,  $\sigma_1, \sigma_2$  为表面粗糙度的均方根偏差,  $\mu m$ .

由以上各式可以看出,压力角的改变,是通过单位齿长上的法向载荷  $W_n$ 、平均滚动速度  $U$  和有效曲率半径  $R$  来影响最小油膜厚度  $H_{\min}$ 、接触区内的平均油膜厚度  $H_0$ 、粘性参数  $g_v$ 、弹性参数  $g_e$  和油膜比厚  $\lambda$ .

为便于分析,不妨以任意压力角  $\alpha_{ni}$  的最小油膜厚度  $H_{\min}$ , 平均油膜厚度  $H_0$ , 粘性参数  $g_v$ , 弹性参数  $g_e$  和油膜比厚  $\lambda$  与压力角为  $20^\circ$  时的  $H_{\min}$ ,  $H_0$ ,  $g_v$ ,  $g_e$  和  $\lambda$  的比值来表示压力角的变化对它们的影响程度,其比值分别用  $\Delta H_{\min}$ ,  $\Delta H_0$ ,  $\Delta g_v$ ,  $\Delta g_e$  和  $\Delta \lambda$  表示,则有:

$$\Delta H_{\min} = \left[ \frac{\cos \alpha_{ni}}{\cos 20^\circ} \right]^{0.13} \left[ \frac{\sin \alpha_{ni}}{\sin 20^\circ} \right]^{1.13} \quad (23)$$

$$\Delta H_0 = \left[ \frac{\sin \alpha_{ni}}{\sin 20^\circ} \right]^{0.36} \left[ \frac{\sin \alpha_{ni}}{\sin 20^\circ} \right]^{0.73} \left[ \frac{\cos \alpha_{ni}}{\cos 20^\circ} \right]^{0.09} \quad (24)$$

$$\Delta g_v = \left[ \left[ \frac{\cos 20^\circ}{\cos \alpha_{ni}} \right]^3 \left[ \frac{\sin 20^\circ}{\sin \alpha_{ni}} \right] \cdot \left[ \frac{\sin 20^\circ}{\sin \alpha_{ni}} \right]^2 \right]^{1/2} \quad (25)$$

$$\Delta g_e = \left[ \left[ \frac{\cos 20^\circ}{\cos \alpha_{ni}} \right]^2 \left[ \frac{\sin 20^\circ}{\sin \alpha_{ni}} \right] \cdot \left[ \frac{\sin 20^\circ}{\sin \alpha_{ni}} \right] \right]^{1/2} \quad (26)$$

$$\Delta \lambda = \Delta H_{\min} \quad (27)$$

给出不同的压力角  $\alpha_{ni}$  值,就可计算出各比值,  $15^\circ \sim 35^\circ$  之间的各比值变化规律,如图 2~图 5.

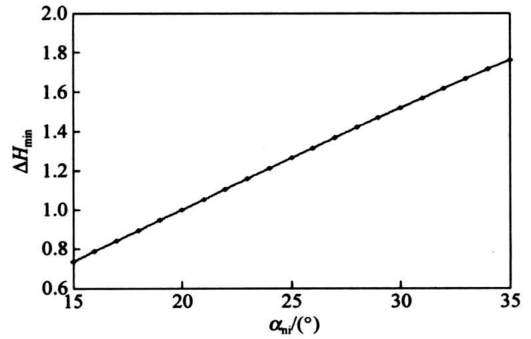


图 2  $\Delta H_{\min}$  随工作侧压力角变化规律

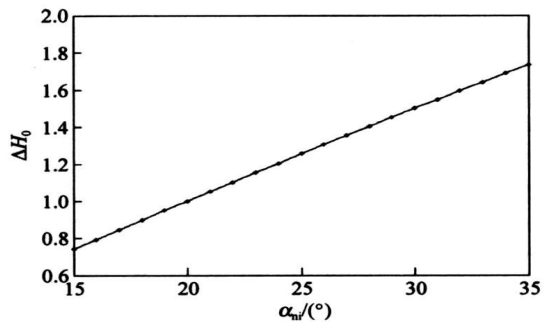


图 3  $\Delta H_0$  随工作侧压力角变化规律

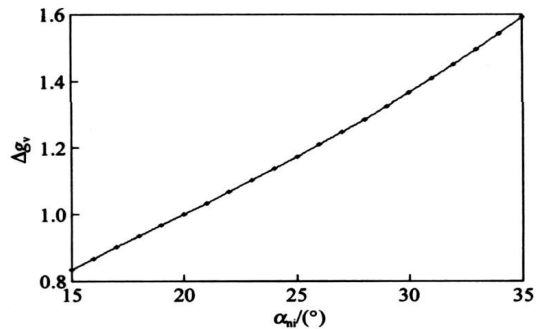
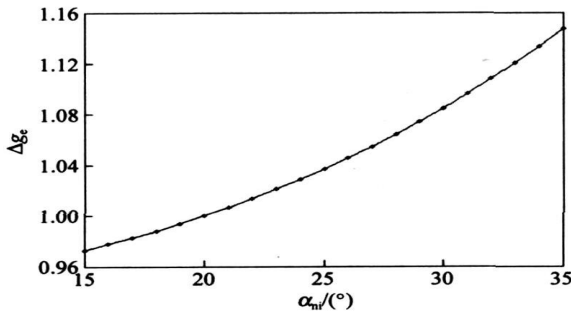


图 4  $\Delta g_v$  随工作侧压力角变化规律

### 4 实例计算及结果分析

齿轮的基本参数确定: 齿数  $z = 13 \sim 15$ , 模数  $m = 3$ , 齿宽  $B = 25$ , 变位系数  $x = 0.5$ ,  $h_a^* = 1$ ,  $c^* = 0.25$ . 选取了两组非对称齿轮以便于研究, 工作侧的压力角大于非工作侧的压力角, 取非工作侧为  $20^\circ$ , 工作侧取  $20^\circ \sim 30^\circ$  (换算为弧度  $0.34 \sim 0.52$  rad), 分析采用非对称齿轮对泵流量脉动系数及排量的影响.

图5  $\Delta g_e$  随工作侧压力角变化规律

考虑到流量脉动系数  $\delta_Q = \frac{R_b^2 \left( \frac{\pi \epsilon}{z} \right)^2}{R_{a1}^2 - R^2}$  和排量  $q =$

$2\pi B \left[ R_{a1}^2 - R^2 - K_e \frac{\pi^2 R_i^2}{3z^2} \right]$   
由基本参数可以最后表达为  $\delta_Q = f(a)$ ,  $q = g(a)$ ,  
用 MATLAB 软件绘图得出图 6 和图 7。

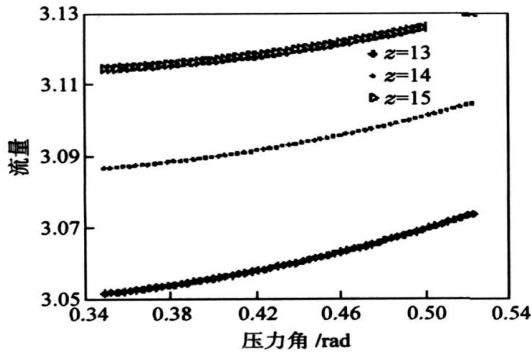


图6 流量与压力角关系变化曲线

由上图可知, 当压力角由  $20^\circ$  提高到  $30^\circ$  时(或齿数增加时), 在流量获得了提高的同时脉动系数得到明显的减小, 从而能够达到减小整个系统振动的

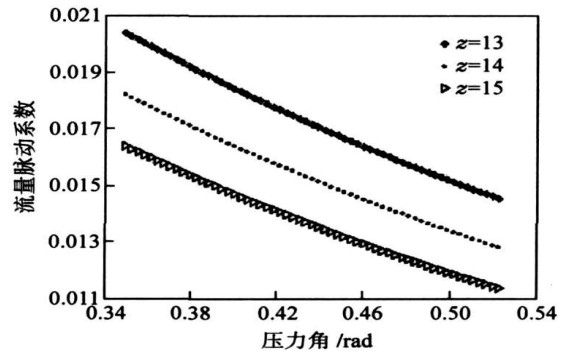


图7 脉动系数与压力角变化曲线

目的。

## 5 结论

(1) 非对称齿轮泵能够利用工作侧压力角的提高或齿数的增加来增大泵的流量同时也能减小泵的脉动系数, 使其运行更加稳定。

(2) 齿轮做为齿轮泵的核心元件, 主要失效形式为磨损, 在不改变其他参数的情况下, 可以通过改变工作侧压力角, 提高润滑性能, 从而达到减少磨损, 增加寿命的目的。

## 参 考 文 献

- [1] Kapelevich A. Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth. *Mech Mach Theory*, 2000, 35: 117
- [2] Deng G, Nakanishi T. Bending load capacity enhancement using an asymmetric tooth profile. *JSME Int J*, 2003, 46(3): 1171
- [3] Kapelevich A. Geometry and design of spur gears with asym2metric teeth. *Mech Mach Theory*, 2000, 35: 117
- [4] Litvin F L, Lian Q. Asymmetric modified gear drives; reduction of noise, localization of contact, simulation of meshing and stress analysis. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 2000, 188: 363

The analysis of teeth wear and flux for gear pump with external meshing and unsymmetric teeth

LI Wei, WANG Chengbing, WANG Xiaoqun

Mechanical Engineering School, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

**ABSTRACT** A new type unsymmetric gear pump with double pressure angles was studied. New formulas for the instantaneous flow and flow pulsation were put out. Compared with symmetric gear pump, the formulas showed that the unsymmetric gear pump could efficiently improve flow pulsation with the rise of instantaneous flow. It is concluded that the sliding coefficient of unsymmetric gear pump was smaller than that of symmetric gear pump. The increase of pressure angle of work side would cause an evident increase in the minimum oil-film thickness and in the specific ratio of oil-film thickness, which is helpful to improve the lubricant characteristics of gear teeth surface. The practical significance of the present gear is demonstrated by the computer simulation with MATLAB software, such predictions can provides the firm basis for the further engineering application of this new-type gear pump with unsymmetric teeth and double pressure angles.

**KEY WORDS** unsymmetric gear pump; work principle; flow pulsation; lubricant characteristics