

螺旋弹簧多目标稳健优化设计

贾云海 张文明

北京科技大学车辆工程研究所, 北京 100083

摘要 以螺旋弹簧的给定刚度变化最小、自振频率最大和质量最小为设计目标, 综合考虑优化设计中的随机因素, 建立了基于稳健性的多目标优化模型, 并在科学计算语言 MATLAB 中编程求解. 通过液压阀螺旋弹簧设计实例的分析说明, 多目标稳健优化设计提高了设计目标的稳健性, 一定程度上提升了液压阀的动态响应特性.

关键词 螺旋弹簧; 稳健性; 多目标优化设计; 刚度; 自振频率

分类号 TH 122; TH 135⁺. 1

Multi-objective robust optimal design for spiral springs

JIA Yun-hai, ZHANG Wen-ming

Vehicle Engineering Institute, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

ABSTRACT A mathematical model of multi-objective optimal design based on robust was established in order to find the least change spring's stiffness, maximal inherent frequency and minimal spring mass. Random factors in the optimal design were considered synthetically. The mathematical model was compiled into a programmer and computed into the result in MATLAB. A hydraulic valve spiral spring design example shows that the designed target can be improved by multi-objective robust optimal design and the dynamic response characteristics of the hydraulic valve were enhanced in a certain extent.

KEY WORDS spiral spring; robustness; multi-objective optimal design; stiffness; inherent frequency

五挡液力—机械变速箱中液压阀均采用自主设计的多路阀结构, 多路阀中调压弹簧、复位弹簧均采用 YI—3 型圆柱螺旋压缩弹簧. 弹簧影响着液压阀的动作和性能, 与液压阀的静态特性和动态特性密切相关, 因此优化设计弹簧是确保液压阀静、动态性能的关键之一, 是液压阀设计的主要任务之一.

稳健性设计是以工程技术观点来研究产品质量控制的一种理论和方法, 通过调整设计变量以及控制设计变量的容差使可控因素、不可控因素与设计值发生变差时依然保持产品质量的一种工程方法, 也就是说如何利用干扰因素与产品质量间的非线性效应, 通过调整设计变量和控制容差, 使产品或系统的性能参数拥有好的稳定性, 并具有较强的抗干扰能力; 稳健性设计既是一种通用性的理论和方法, 又是一种边缘性的新技术^[1-3]. 工程稳健优化设计是将稳健设计思想和优化设计方法紧密结合, 稳健以

优化方法为基础, 优化方法以稳健指标为条件^[3-4].

文献[2]对通用弹簧的弹簧刚度采用稳健性设计的方法进行了说明; 文献[5]以插装式溢流阀调压弹簧的自振频率(固有频率)最大为优化目标函数, 采用模糊稳健优化设计原理, 运用混沌遗传优化算法求解; 文献[6]采用弹簧刚度正交设计的方法设计; 文献[7]采用模糊稳健优化设计的方法求解. 应该看到, 上述文献对弹簧的设计均选取了弹簧的某一个性能指标作为目标函数, 但对于液压阀用弹簧, 其性能指标不仅仅一个, 除弹簧刚度和弹簧固有频率外, 还有弹簧指数、弹簧细长比和弹簧变形量等性能参数, 而且这些参数相互之间有制约、耦合关系, 优化一个性能指标还不能达到设计参数的全局优化^[8-9]. 由于弹簧材料材质、制造加工误差的波动等干扰因素的客观存在, 设计变量和设计参数随之产生变化, 从而导致目标函数的不稳健. 本文从稳

收稿日期: 2008-06-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 50475173)

作者简介: 贾云海(1974—), 男, 博士; 张文明(1955—), 男, 教授, 博士生导师, E-mail: ces@ces.ustb.edu.cn

健性设计入手, 选取钢丝直径、弹簧中径和弹簧有效圈数为设计参数, 以弹簧刚度与目标值均方差最小、弹簧自振频率最大和弹簧质量最轻为目标函数, 以弹簧指数和弹簧细长比为约束函数, 在 MATLAB 中编程求解。

1 螺旋弹簧的结构和性能指标

一般液压阀用螺旋弹簧有如下要求: 弹簧的外径要符合阀的结构布置; 弹簧的工作行程要适应阀的开口量; 弹簧刚度和预压缩量要满足阀芯—弹簧系统力学平衡方程; 弹簧的最小工作负荷和最大工作负荷要适应阀的动作要求^[8]。一般表征弹簧设计尺寸的参数主要是弹簧钢丝直径 d 、弹簧中径 D_2 (也有选择弹簧外径 D)、弹簧有效圈数 n 、导程 t 和弹簧自由高度 H_0 等(图 1(a)), 这几个参数之间有确定的换算关系, 而前三个参数是最重要的。

螺旋弹簧的力学分析如图 1(b) 所示, 其中, F_{lim} 表示工作负荷, df_{lim} 表示工作负荷下的变形量。表征弹簧性能参数有以下几个。

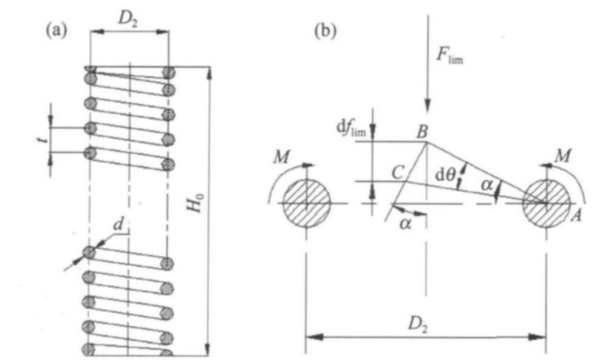


图 1 螺旋弹簧基本参数(a)与力学分析(b)

Fig. 1 Basic parameters (a) and mechanics analysis (b) of a spiral spring

- (1) 弹簧刚度 K_t 。弹簧微分长度 dl 上的扭转应变量为 $\gamma_r = \frac{rd\theta}{dl}$ 。其中 $d\theta$ 为弹簧微分长度 dl 在弹簧轴线切面上相应的扭转角, r 为弹簧钢丝半径。经过推导可以得到弹簧刚度的计算公式 $K_t = \frac{Gd^4}{8D_2^3n}$, 其中 G 为弹簧钢丝的剪切弹性模数。
- (2) 弹簧自振频率 $f = \frac{d}{2\pi n D_2^2} \sqrt{\frac{G}{2\rho}}$ 。其中, ρ 为弹簧钢丝的密度。为了避免共振的出现, 弹簧的自振频率与液压系统的压力脉动频率不能相近。
- (3) 弹簧指数 C , 也称旋绕比, 定义为弹簧中径与钢丝直径的比值, 即 $C = D_2/d$ 。为了使弹簧比较稳定, 不致过软而产生振动, C 值不能太大; 但为避

免弹簧钢丝卷绕时产生剧烈弯曲, C 值也不能太小。根据实验研究得到弹簧指数的参考范围 $[C]$ 。

(4) 压缩弹簧细长比 b , 表征弹簧稳定性的指标, 定义为弹簧自由高度与中径的比值, 即 $b = H_0/D_2$ 。由实验研究得到了压缩弹簧细长比许用值 $[b] = f(\delta_{max}, H_0)$, δ_{max} 表示最大工作负荷下的变形量, 如图 2 所示, 点划线是理论分析和实验校核得到的曲线, 点划线以下区域是弹簧稳定工作区, 实线是便于理论分析, 通过非线性拟合得到的弹簧稳定工作边界线 $[b] = 6.83 - 5.01(\delta_{max}/H_0) - 35.64(\delta_{max}/H_0)^2 + 95.14111(\delta_{max}/H_0)^3 + 50.21(\delta_{max}/H_0)^4 - 261.43(\delta_{max}/H_0)^5$ 。

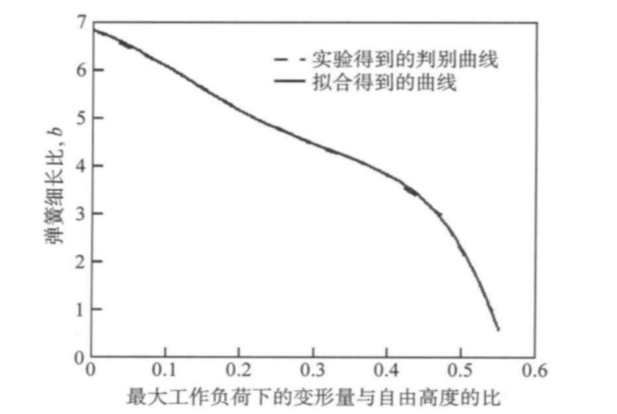


图 2 压缩弹簧稳定性判别曲线

Fig 2 Stability distinguished curve of a compression spiral spring

2 基本参数的稳健性描述

弹簧质量 $m = \rho \frac{\pi^2 d^2}{4} (n + 2.5) D_2$ 的标准差 σ_m^2 可以表示为:

$$\sigma_m^2 = \left(\frac{\partial m}{\partial \rho}\right)^2 \sigma_\rho^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial d}\right)^2 \sigma_d^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial n}\right)^2 \sigma_n^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial D_2}\right)^2 \sigma_{D_2}^2 \tag{1}$$

式中, $\frac{\partial m}{\partial \rho} = \frac{\pi^2 d^2}{4} (n + 2.5) D_2$, $\frac{\partial m}{\partial d} = \rho \frac{\pi^2 d}{2} (n + 2.5) D_2$, $\frac{\partial m}{\partial n} = \rho \frac{\pi^2 d^2}{4} D_2$, $\frac{\partial m}{\partial D_2} = \rho \frac{\pi^2 d^2}{4} (n + 2.5)$ 。

弹簧刚度 K_t 的标准差 $\sigma_{K_t}^2$ 可以表示为:

$$\sigma_{K_t}^2 = \left(\frac{\partial K_t}{\partial G}\right)^2 \sigma_G^2 + \left(\frac{\partial K_t}{\partial d}\right)^2 \sigma_d^2 + \left(\frac{\partial K_t}{\partial n}\right)^2 \sigma_n^2 + \left(\frac{\partial K_t}{\partial D_2}\right)^2 \sigma_{D_2}^2 \tag{2}$$

式中, $\frac{\partial K_t}{\partial G} = \frac{d^4}{8D_2^3n}$, $\frac{\partial K_t}{\partial d} = \frac{Gd^3}{2D_2^3n}$, $\frac{\partial K_t}{\partial n} = -\frac{Gd^4}{8D_2^3n^2}$,

$$\frac{\partial K_1}{\partial D_2} = -\frac{3Gd^4}{8D_2^4n}.$$

弹簧自振频率 f 的标准差 σ_f^2 可以表示为:

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial d}\right)^2 \sigma_d^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial n}\right)^2 \sigma_n^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial D_2}\right)^2 \sigma_{D_2}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial G}\right)^2 \sigma_G^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \rho}\right)^2 \sigma_\rho^2 \tag{3}$$

式中, $\frac{\partial f}{\partial d} = \frac{1}{2\pi D_2^2 n} \sqrt{\frac{G}{2\rho}}, \frac{\partial f}{\partial n} = -\frac{d}{2\pi D_2^2 n^2} \sqrt{\frac{G}{2\rho}},$
 $\frac{\partial f}{\partial D_2} = -\frac{d}{\pi D_2^3 n} \sqrt{\frac{G}{2\rho}}, \frac{\partial f}{\partial G} = \frac{d}{8\pi \rho D_2^2 n} \left(\frac{G}{2\rho}\right)^{-0.5}, \frac{\partial f}{\partial \rho} =$
 $-\frac{Gd}{8\pi n D_2^2 \rho^2} \left(\frac{G}{2\rho}\right)^{-0.5}.$

弹簧指数 C 的标准差 σ_C^2 可以表示为:

$$\sigma_C^2 = \left(\frac{\partial C}{\partial d}\right)^2 \sigma_d^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial D_2}\right)^2 \sigma_{D_2}^2 \tag{4}$$

式中, $\frac{\partial C}{\partial D_2} = 1/d, \frac{\partial C}{\partial d} = -\frac{D_2}{d^2}.$

弹簧细长比 b 的标准差 σ_b^2 可以表示为:

$$\sigma_b^2 = \left(\frac{\partial b}{\partial H_0}\right)^2 \sigma_{H_0}^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial D_2}\right)^2 \sigma_{D_2}^2 \tag{5}$$

式中, $\frac{\partial b}{\partial D_2} = -\frac{H_0}{D_2^2}, \frac{\partial b}{\partial H_0} = 1/D_2.$

3 基于稳健性的弹簧多目标优化

选取设计变量向量 $X = [x_1, x_2, x_3]^T =$

表 1 弹簧参数
Table 1 Parameters of the spiral spring

弹簧钢丝 材料密度, $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	密度标 准差, $\sigma_\rho/$ $(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	剪切弹性 模量, $G/$ GPa	剪切弹性 模量标准差, σ_G/MPa	弹簧中径 标准差, $\sigma_{D_x}/$ mm	弹簧钢丝直 径的标准差, σ_d/mm	弹簧有效圈 数允许偏差, $\sigma_n/\text{圈}$	弹簧自由 高度标准差, σ_{H_0}/mm
7980	16.52	78.4	163.5	$0.0033D_2$	0.01	± 0.25	$0.004H_0$

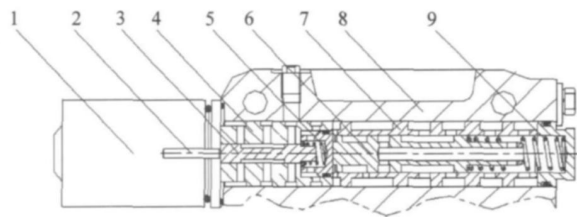
表 2 优化结果比较
Table 2 Comparison of data before and after optimization

项目	钢丝直径/ mm	弹簧中径/ mm	有效圈数/ 圈	弹簧质量/ kg	弹簧刚度/ $(\text{N}\cdot\text{mm}^{-1})$	弹簧自振 频率/Hz	弹簧质量 标准差/ 10^{-4}	弹簧刚度 标准差	弹簧自振频 率标准差
未优化	2.5	20	13.5	0.037	3544.6	163.30	7.08	93.87	3.28
优化	2.3	18	13.5	0.030	3483.3	185.48	5.49	95.25	3.74

由表 2 的结果对比可以知道, 优化后的弹簧刚度与弹簧刚度的目标值更接近, $(K_1 - [K_1])^2 + \sigma_{K_1}^2$ 的值减小, 弹簧自振频率得到显著提高, 弹簧质量有所减轻, 因此可以认为稳健优化设计后的弹簧抗干扰能力提高, 弹簧性能得到提升. 图 4 是通过仿真分析比较弹簧参数优化前后电磁阀主阀芯动态响应特性. 由图可以明显地知道, 优化后的阀芯-弹簧质

$[d, D_2, n]^T$. 选取 $\min[(K_1 - [K_1])^2 + \sigma_{K_1}^2]$ ($[K_1]$ 表示弹簧刚度的目标值), $f \rightarrow \max, m \rightarrow \min$ 作为优化设计目标. 选取以下参数作为约束函数: $C \in [C_{\min}, C_{\max}] = [6, 9]$ (文献[8]), $b \leq [b], 1.6 \leq d \leq 4, 10 \leq D_2 \leq 35, 6.5 \leq n \leq 20, 20 \leq H_0 \leq 150$, 且 d, D_2, n 和 H_0 要符合国家标准中提供的优先选择系列值.

选取图 3 所示的电磁阀中的主阀弹簧的设计作为实例说明, 根据文献[8, 10]提供的数据, 钢丝材料为碳素钢丝弹簧 I 类, 其参数如表 1 所示. 根据主阀芯和弹簧构成的质量-弹簧系统动态性能要求设定 $[K_1] = 3500 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$, 在 MATLAB 中的多目标有约束函数 fgoalattain() 编程求解, 其结果如表 2 所示.



1—直流电磁铁; 2—推杆; 3—先导阀阀芯; 4—先导阀阀套; 5—先导阀弹簧; 6—主阀阀芯; 7—主阀阀套; 8—电磁换向阀阀体; 9—主阀控制弹簧

图 3 电磁换向阀结构图
Fig. 3 Structure graph of a solenoid direction valve

量系统的动态响应特性有了提高, 调整时间缩短, 超调量降低, 当然对于阀芯-弹簧质量系统的动态响应特性不可能只调整弹簧性能参数就获得满意的结果, 还必须考虑阀芯的质量以及黏性负载力等因素, 调整弹簧性能参数只能在有限的范围内提高系统的动态响应特性.

由式(1)、(2)推导可以看出, 弹簧钢丝直径 d

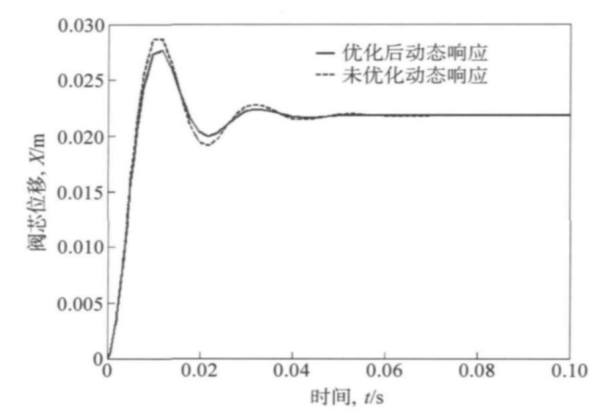


图 4 阀芯移动动态响应特性

Fig. 4 Dynamic response characteristic of displacement of the solenoid valve

的误差因素对弹簧刚度和弹簧质量的影响最为显著, 弹簧中径 D_2 次之, 弹簧有效圈数 n 的影响最小. 由式 (3) 推导可以看出, 对于弹簧自振频率, 弹簧中径 D_2 的误差因素影响显著, 弹簧有效圈数 n 的影响次之, 弹簧钢丝直径 d 的影响最小.

4 结论

(1) 弹簧钢丝直径 d 的误差因素对弹簧刚度和弹簧质量的影响最为显著, 弹簧中径 D_2 次之, 弹簧有效圈数 n 的影响最小. 对于弹簧自振频率, 弹簧中径 D_2 的误差因素影响显著, 弹簧有效圈数 n 的影响次之, 弹簧钢丝直径 d 的影响最小.

(2) 优化后的弹簧刚度与弹簧刚度的目标值更接近, 弹簧自振频率得到显著提高, 弹簧质量有所减轻.

(3) 通过多目标稳健优化设计, 液压阀用弹簧的性能得到提高, 弹簧抗干扰能力有了提升, 对阀芯-弹簧质量系统的动态响应特性有了一定程度的改善, 液压阀的动态特性有所提高.

参 考 文 献

[1] Chen L Z. *Robust Engineering*. Beijing: China Machine Press,

2000
(陈立周. 稳健性设计. 北京: 机械工业出版社, 2000)

[2] Liu J F, Shen C L, Wang N S. Robust design for columned spiral spring's stiffness. *China Mech Eng*, 2003, 14(5): 389
(刘久富, 沈春林, 王宁生. 圆柱螺旋弹簧刚度的稳健性设计. 中国机械工程, 2003, 14(5): 389)

[3] Chen L Z, Weng H S. Engineering robust optimal design. *Mach Des*, 1998, 15(8): 6
(陈立周, 翁海珊. 工程稳健优化设计. 机械设计, 1998, 15(8): 6)

[4] Parkinson A. Robust mechanical design using engineering models. *J Mech Des Trans ASME*, 1995, 117: 48

[5] Guo H X, Xiao W Y, Zhang L T. Fuzzy-robustness optimal design of the press-adjusting spring in inserted overflow valve. *Mech Sci Technol*, 2004, 23(3): 297

(郭惠昕, 肖伟跃, 张龙庭. 插装式溢流阀调压弹簧的模糊稳健优化设计. 机械科学与技术, 2004, 23(3): 297)

[6] Wu H Z. The three time design of helical spring rigidity. *Mach Des Res*, 1998, 14(3): 37

(邬华芝. 圆柱螺旋弹簧刚度的三次设计. 机械设计与研究, 1998, 14(3): 37)

[7] Guo H X. Method for the fuzzy robust optimal design of the design objective with small-the-best or large-the-best characteristic. *J Xi'an Jiaotong Univ*, 2002, 36(5): 532

(郭惠昕. 望大望小特性设计目标的模糊稳健优化设计方法. 西安交通大学学报, 2002, 36(5): 532)

[8] Song H Y, Ding Z Y. *Design & Computation of Hydraulic Valves*. Beijing: China Machine Press, 1982

(宋鸿尧, 丁忠尧. 液压阀设计与计算. 北京: 机械工业出版社, 1982)

[9] Mian J J, Wang S L. Analysis on dynamic calculation of stranded wire helical spring. *Chin J Mech Eng*, 2007, 43(3): 37

(闵建军, 王时龙. 多股螺旋弹簧动态计算分析. 机械工程学报, 2007, 43(3): 37)

[10] Technical Committee on Machinery Industry of Standardization Administration of China. JB/T3338. 2—1993 *Design of Hydraulic Cylindrically Coiled Helical Compression Springs*. Beijing: China Standards Press, 1994

(机械工业标准化委员会. JB/T3338. 2—1993. 液压件圆柱螺旋压缩弹簧设计计算. 北京: 中国标准出版社, 1994)