

# 全柔性滑块机构的设计与分析

邱丽芳 代云升 俞必强 翁海珊

北京科技大学机械工程学院, 北京 100083

**摘要** 采用伪刚体模型法对全柔性滑块机构进行了变形分析, 设计了一种微型全柔性滑块机构, 并主要对其中的柔性移动副进行了设计与分析, 给出了该设计实例柔性移动副的等效弹簧力, 进而得到微型全柔性滑块机构伪刚体模型的分析结果. 同时用有限元方法对该实例进行了仿真分析, 两种方法所得结果基本一致, 表明了理论分析是正确的, 该实例的设计是可行的.

**关键词** 柔性移动副; 全柔性滑块机构; 伪刚体模型; 有限元分析

**分类号** TH 122

## Analysis and design of the compliant slider mechanisms

QIU Li-fang, DAI Yun-sheng, YU Bi-qiang, WENG Hai-shan

School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China

**ABSTRACT** The deformation of a lumped complete compliant slider mechanism was analyzed with pseudo-rigid-body model method. A micro-compliant slider mechanism was designed, in which the prismatic pair of it was designed and analyzed mainly. The equivalent spring force of slider pair of the designed sample was presented. Furthermore the result of analysis in pseudo-rigid-body model for the sample is given. Otherwise, the simulation analysis in the FEM method for the example is also given. The results obtained by the two methods are approximated. This indicates that the analysis and design methods are correct and feasible.

**KEY WORDS** compliant prismatic pair; compliant slider mechanisms; pseudo-rigid-body model; finite element analysis

柔性机构主要依靠机构中柔性运动副的变形实现机构的主要运动和功能, 这类机构广泛应用于精密定位领域<sup>[1]</sup>. 全柔性滑块机构是柔性机构的一种类型<sup>[2]</sup>, 其中的柔性移动副是实现运动和力传递的关键运动副之一. 由于移动副的特殊构造, 结构上和刚性移动副类似的柔性移动副还没有出现, 一般是用柔性平面平行四边形机构来代替平面柔性移动副, 其结构源于刚性平行四杆机构, 该柔性移动副包含四个柔性转动副, 具有良好的运动性能与导向精度, 可实现平动的功能. 但由于平行四边形机构的移动方向性不固定, 它只能在比较小的移动范围内的情况下可近似替代柔性移动副, 也可采用双平行四边形机构等, 但仍是在平行四边形柔性移动副基础上的发展, 完全意义上的纯柔性移动副的研究仍未出现<sup>[3-5]</sup>, 目前对柔性铰链的研究大都集中在对

柔性转动副的研究上<sup>[6-9]</sup>, 为此, 本文主要针对全柔性滑块机构中的移动副进行研究, 并对微型全柔性滑块机构的移动副进行设计与分析, 在此基础上, 建立全柔性滑块机构的伪刚体模型, 从而进行力变形分析, 同时用有限元方法对该设计实例进行仿真分析, 并对两种方法所得结果进行讨论, 对微柔性滑块机构移动副的进一步设计和研究具有一定的意义.

### 1 全柔性滑块机构的伪刚体模型

对图 1 所示全柔性滑块机构, 其伪刚体模型如图 2 所示<sup>[1, 10]</sup>. 假设其所受力与力矩如图 2 所示, 则由虚功原理可得:

$$\delta W = \sum_{i=2}^4 \mathbf{F}_i \delta \mathbf{e}_i + \sum_{i=2}^3 M_i \delta \theta_i + \sum_{i=1}^3 T_i \delta \Psi_i + F_s \delta \mathbf{e}_4 \quad (1)$$

收稿日期: 2008-10-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 50805008)

作者简介: 邱丽芳(1966—), 女, 副教授, E-mail: qlf@me.ustb.edu.cn

式中,  $F_i$  为作用在  $i$  杆上的作用力,  $F_i = X_i \hat{i} + Y_i \hat{j}$ ;  $X_i, Y_i$  为  $F_i$  在  $x, y$  轴的分量,  $F_s = -f_k(\Psi_4) \hat{i}$ ,  $f_k$  为弹簧力, 关于  $\Psi_4 = r_1 - r_{10}$  的函数 ( $r_{10}$  为滑块  $r_1$  的初始位置);  $M_i$  为作用在  $i$  杆上的力矩;  $\delta e_i$  为受力点所产生的虚位移, 可以通过应用链式微分法对位移矢量  $e_i$  求得;  $T_i$  为柔性机构转换为伪刚体模型铰链处的等效弹簧所产生的力矩, 即:

$$T_i = -K_i \Psi_i, K_i = \frac{EI_i}{l_i}, I_i = \frac{bh_i^3}{12};$$

$E$  为材料的弹性模量;  $I_i$  为柔性铰链的惯性矩;  $l_i$  为柔性铰链的长度;  $b$  为柔性铰链、移动副支撑和杆的厚度;  $h_i$  为设计柔性铰链的宽度;  $\Psi_i$  为  $i$  杆的角度变化,  $\Psi_1 = \theta_2 - \theta_{20}$ ,  $\Psi_2 = (\theta_2 - \theta_{20}) - (\theta_3 - \theta_{30})$ ,  $\Psi_3 = \theta_3 - \theta_{30}$ ,  $\theta_{i0}$  为  $i$  杆的初始角度,  $\theta_i$  为机构处于平衡状态时  $i$  杆的角度。

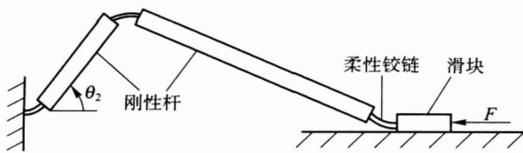


图 1 全柔性滑块机构

Fig 1 Compliant slider mechanism

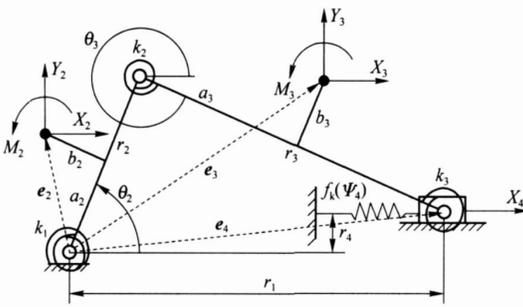


图 2 全柔性滑块机构的伪刚体模型

Fig. 2 Pseudo-rigid-body model of the compliant slider mechanism

根据  $\delta W = 0$ , 整理式(1), 得到全柔性滑块机构分析计算的普遍公式:

$$A' + g_{32} B' = 0 \quad (2)$$

式中,

$$A' = [-X_2 a_2 - Y_2 b_2 - r_2 (X_3 + X_4)] \sin \theta_2 + (-X_2 b_2 + Y_2 a_2 + r_2 Y_3) \cos \theta_2 + M_2 + T_1 + T_2 - F_s r_2 \sin \theta_2,$$

$$B' = (-X_3 a_3 - Y_3 b_3 - r_3 X_4) \sin \theta_3 + M_3 + (-X_3 b_3 + Y_3 a_3) \cos \theta_3 - T_2 + T_3 - F_s r_3 \sin \theta_3,$$

$$g_{32} = -\frac{r_2 \cos \theta_2}{r_3 \cos \theta_3}.$$

式(2)即为适用于不同杆长及受到不同载荷的全柔性滑块机构分析计算的普遍公式。

## 2 微型全柔性滑块机构设计

本文设计的微型全柔性滑块机构如图 3 所示, 其滑块由对称结构的 S 型结构支撑, 以实现滑块的水平移动, S 型结构各个部分尺寸为  $d_1 = 114 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = d_5 = 56 \mu\text{m}$ ,  $d_3 = d_7 = 142 \mu\text{m}$ ,  $d_4 = 284 \mu\text{m}$ ,  $d_6 = 122 \mu\text{m}$ , 其意义见图 4。

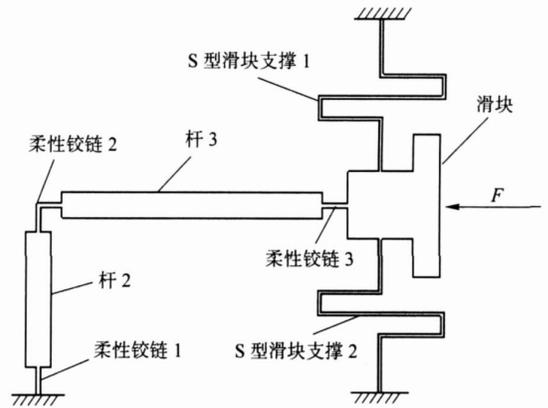


图 3 微型全柔性滑块机构

Fig 3 Micro-compliant slider mechanism

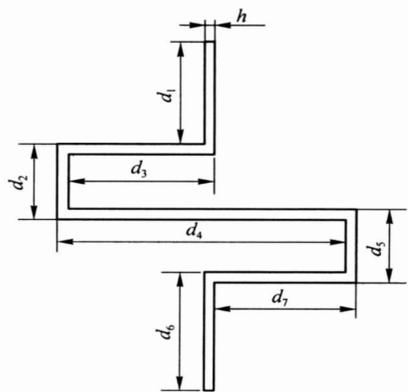


图 4 柔性移动副支撑的示意图

Fig. 4 Sketch plan of the compliant prismatic pair

由于设计完成的微型全柔性滑块机构委托北京大学微电子学研究院国家级微米/纳米加工重点实验室进行加工制造, 因此, 机构尺寸根据其“多用户 MEMS 体硅标准工艺流程与设计规则 v20060825”来设计, 其成熟的加工工艺中, 玻璃层和结构层的理想加工间距规定为  $4 \mu\text{m}$ , 加工公差为  $\pm 0.5 \mu\text{m}$ , 结构层的理想加工厚度规定为  $75 \mu\text{m}$ , 公差为  $\pm 5 \mu\text{m}$ 。依据此工艺, 微型全柔性滑块机构的基底和结构之间的间距固定为  $4 \mu\text{m}$ , 厚度为  $75 \mu\text{m}$ 。由于该标准工艺不能实现阶梯形状结构加工, 因此柔性铰链、移

动副支撑和杆的厚度应保持一致, 均为 75 μm, 即 b = 75 μm, 同时设计柔性铰链的宽度均为 h = 8 μm.

### 3 微型全柔性滑块机构分析

#### 3.1 理论分析

对设计的微型全柔性滑块机构进行力变形分析, 假设只有滑块受到垂直于滑块的集中载荷 F, 作用点位置位于滑块中部, 如图 3 所示, 则:

$$\begin{aligned}
 X_2 = X_3 = Y_2 = Y_3 = M_2 = M_3 = M_4 = 0, \\
 a_2 = a_3 = b_2 = b_3 = b_4 = 0, \\
 X_4 = F + F'.
 \end{aligned}$$

式中, F' 为滑块上下两支撑力的水平作用力, 与 S 型支撑结构的尺寸有关, 本例取 F' = 0.134(r1 - r10). 代入式(2)并整理, 得

$$\begin{aligned}
 & -r_2 X_4 \sin \theta_2 - F_s r_2 \sin \theta_2 + T_1 + T_2 + \\
 & (-r_3 X_4 \sin \theta_3 - T_2 - F_s r_3 \sin \theta_3 + T_3) \frac{-r_2 \cos \theta_2}{r_3 \cos \theta_3} = 0
 \end{aligned} \tag{3}$$

因柔性铰链为短臂柔铰<sup>[1]</sup>, 故

$$T_1 = -\frac{EI_1}{l_1}(\theta_2 - \theta_{20}),$$

$$T_2 = -\frac{EI_2}{l_2}[(\theta_2 - \theta_{20}) - (\theta_3 - \theta_{30})],$$

$$T_3 = -\frac{EI_3}{l_3}(\theta_3 - \theta_{30}).$$

研究得到  $F_s = -240(r_1 - r_{10})$ , 代入式(3), 得:

$$\begin{aligned}
 & -r_2 X_4 \sin \theta_2 - F_s r_2 \sin \theta_2 - \frac{EI_1}{l_1}(\theta_2 - \theta_{20}) - \\
 & \frac{EI_2}{l_2}[(\theta_2 - \theta_{20}) - (\theta_3 - \theta_{30})] + \left\{ -r_3 X_4 \sin \theta_3 - \right.
 \end{aligned}$$

表 1 Δθ<sub>2</sub> 的不同方法计算结果及相对误差

Table 1 Δθ<sub>2</sub> data calculated by different methods and the relative errors

载荷, F/N	理论计算值		仿真值		相对误差, δ/%
	滑块位移, s/μm	转角变化值, Δθ <sub>2</sub> '/(°)	滑块位移值, s'/μm	转角变化值, Δθ <sub>2</sub> ''/(°)	
0.005	15.8	2.1546	16.1	2.1963	1.94
0.010	31.6	4.3085	32.2	4.3927	1.95
0.015	47.4	6.4711	48.2	6.5754	1.61
0.020	63.4	8.6521	64.3	8.7717	1.38
0.025	79.8	10.8864	80.4	10.9680	0.75
0.030	96.1	13.1052	96.5	13.1644	0.45

#### 3.2 有限元分析

在 ANSYS 中, 建立图 3 所示微型全柔性滑块机构的有限元分析模型<sup>[11]</sup>, 如图 6 所示. 所选材料、尺寸和载荷与前相同. 为了保证仿真结果的精

$$\begin{aligned}
 & F_s r_3 \sin \theta_3 - \frac{EI_3}{l_3}(\theta_3 - \theta_{30}) + \frac{EI_2}{l_2}[(\theta_2 - \theta_{20}) - \\
 & (\theta_3 - \theta_{30})] \left\} \frac{-r_2 \cos \theta_2}{r_3 \cos \theta_3} = 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

又由图 5 所示滑块机构的几何关系, 得:

$$\theta_3 = \arcsin \frac{r_4 - r_2 \sin \theta_2}{r_3}$$

$$r_1 = r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 = r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3$$

代入式(4)即可得到载荷 F 发生变化时, 杆件 2 的转角 θ<sub>2</sub>.

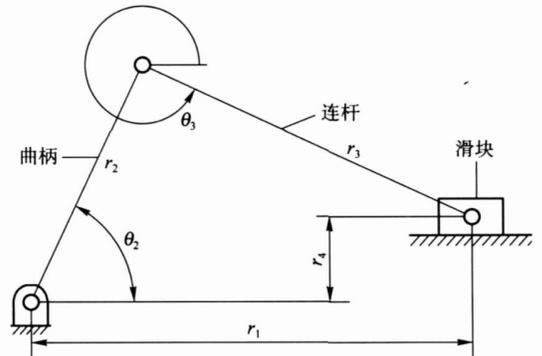


图 5 滑块机构几何关系图

Fig. 5 Geometry relationships of the slider mechanism

若材料为硅, 其基本性能参数为: 弹性模量 E = 129.5 GPa, 泊松比 μ = 0.28, 屈服应力 σ<sub>s</sub> = 2600 MPa, 取 r<sub>10</sub> = 684 μm, r<sub>2</sub> = r<sub>20</sub> = 424 μm, r<sub>3</sub> = r<sub>30</sub> = 684 μm, r<sub>4</sub> = 424 μm, θ<sub>20</sub> = 90°, θ<sub>30</sub> = 0°, l<sub>1</sub> = l<sub>2</sub> = l<sub>3</sub> = 60 μm, 利用 MATLAB 编写 Newton 迭代法程序, 即得到滑块位移 s 和转角变化值 Δθ<sub>2</sub> 的计算结果, 见表 1.

确性, 对模型进行网格划分时采用 Sweep meshing 和 Free meshing 相结合的网格划分方式. 其仿真结果 Δθ<sub>2</sub>' 见表 1.

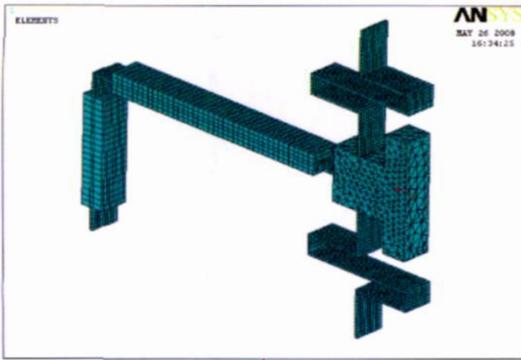


图6 微型全柔性滑块机构的有限元模型

Fig 6 FEM model of the compliant slider mechanism

### 3.3 结果分析

若理论计算值  $\Delta\theta_2$  与仿真值  $\Delta\theta'_2$  的相对误差

为  $\delta = \frac{\Delta\theta'_2 - \Delta\theta_2}{\Delta\theta'_2} \times 100\%$ , 则其结果如表1所示。由

表1可以看出,由伪刚体模型计算的转角变化值和利用有限元(ANSYS)仿真值十分接近,相对误差小于2%。引起误差的原因主要有:①伪刚体模型中,只考虑了柔性铰链的变形,而未考虑杆的变形;②计算仿真值时,由于  $\Delta\theta'_2$  很小,因此只用水平位移来代替实际弧长;③滑块上下两支撑力的水平作用力  $F'$  的取值有一定简化,有待进一步研究。

## 4 结论

(1) 用伪刚体模型对全柔性滑块机构进行了分析,给出了全柔性滑块机构外载荷与构件转角关系的一般公式。

(2) 设计了微型全柔性滑块机构,并主要对移动副进行了设计与分析,建立了该机构的伪刚体模型,同时用有限元方法对该实例进行了分析,对两种方法所得结果进行了讨论。

(3) 理论计算和有限元分析所得结果基本一致,表明该微型全柔性滑块机构的伪刚体模型分析的正确性,同时表明设计是合理可行的。

## 参 考 文 献

- [1] Howell L L. *Compliant Mechanisms*. New York: John Wiley & Sons, 2001; 2
- [2] Yu J J, Zong G H, Bi S S. Fully compliant mechanisms and MEMS. *Opt Precis Eng*, 2001, 9(1): 1  
(于靖军,宗光华,毕树生.全柔性机构与MEMS,光学精密工程,2001,9(1):1)
- [3] Lobontiu N. *Compliant Mechanisms: Design of the Flexure Hinges*. New York: CRC Press LLC, 2003; 17
- [4] Rajesh L, Hesketh P J. Design of fully compliant, in-plane rotary, bistable micromechanisms for MEMS applications. *Sens Actuators A*, 2007, 134: 231
- [5] Chen G M, Jia J Y, Gou Y J. Study on a hybrid flexure hinge. *Chin J Sci Instrum*, 2004, 25(Suppl 2): 110  
(陈贵敏,贾建援,勾燕洁.混合型柔性铰链研究.仪器仪表学报,2004,25(增刊2):110)
- [6] Zuo X Y, Liu X M. Calculation and analysis of rotational stiffness for three types of flexure hinges. *Chin J Sci Instrum*, 2006, 27(12): 1725  
(左行勇,刘晓明.三种形状柔性铰链转动刚度的计算与分析.仪器仪表学报,2006,27(12):1725)
- [7] Tsay J, Chang H A, Sung C K. Design and experiments of fully compliant bistable micromechanisms. *Mech Mach Theory*, 2005, 40: 17
- [8] Jensen B D, Larry L H. The modeling of cross-axis flexural pivots. *Mech Mach Theory*, 2002, 37(5): 461
- [9] Chen G M, Jia J J, Liu X Y, et al. Design calculation and analysis of elliptical flexure hinges. *Eng Mech*, 2006, 23(5): 152  
(陈贵敏,贾建援,刘小院,等.椭圆柔性铰链的计算与分析.工程力学,2006,23(5):152)
- [10] Midha A, Howell L L, Norton T W. Limit positions of compliant mechanisms using the pseudo-rigid-body model concept. *Mech Mach Theory*, 2000, 35: 99
- [11] Shen J Y, Yang S X, Zhou Q H, et al. Finite element analysis of displacement performances of flexure hinge mechanism affected by machining errors. *Trans Chin Soc Agric Mach*, 2007, 38(7): 133  
(沈剑英,杨世锡,周庆华,等.加工误差影响柔性铰链机构位移性能的有限元分析.农业机械学报,2007,38(7):133)