

有躯干双足机器人被动行走及其稳定器

冯 帅^{1 2)} 孙增圻¹⁾✉

1) 清华大学计算机科学与技术系, 北京 100084 2) 北京控制工程研究所, 北京 100190

✉通信作者, E-mail: szq-dcs@mail.tsinghua.edu.cn

摘 要 采用 Matlab 仿真的方式构建了一个简单的有躯干双足机器人模型, 研究了该模型在斜坡上的被动行走, 分析了模型步行的稳定性, 并设计了一个全状态线性反馈步行稳定器. 研究表明: 无任何驱动器的有躯干双足机器人能够实现沿斜坡而下的被动行走, 其步行方式有两种, 但均不稳定; 设计的全状态反馈稳定器能够较好地稳定模型的被动行走.

关键词 双足机器人; 被动行走; 稳定性; 稳定器

分类号 TP242.6

Passive dynamic walking of a biped robot with torso and its stabilizer

FENG Shuai^{1 2)}, SUN Zeng-qi¹⁾✉

1) Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China

2) Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China

✉ Corresponding author, E-mail: szq-dcs@mail.tsinghua.edu.cn

ABSTRACT A simulation model of a biped robot with torso was established using Matlab, the passive dynamic walking of this model was studied, the stability of the walking was analyzed, and a full-state linear feedback walking stabilizer was designed. Simulation results show that the model can walk down a slope without any actuator and there are two unstable walking gaits on the same slope. The results also indicate that the model can realize stable walking by adopting the full-state feedback stabilizer.

KEY WORDS biped robots; passive dynamic walking; stability; stabilizers

自 Mcgeer 于 1990 年提出被动行走 (passive dynamic walking) 概念^[1]以来, 由于被动行走所特有的节省能量、步行自然的特点, 被动行走 (或半被动行走) 已成为双足机器人步行研究的一个热点^[2-5].

到目前为止, 学者们研究的对象主要是没有躯干的双足机器人, 如最简单型机器人^[6]和 Compass-Like 型机器人^[7]. 对于有躯干双足机器人步行的研究相对较少, 这方面的工作主要有: Howell 和 Bailieul^[8]研究了躯干被固定以后机器人步行运动的多周期现象; Wisse 等^[9]在机器人两腿之间添加弹簧, 并用机械约束保证机器人躯干位于双腿的角平分线延长线上, 实现了机器人的下斜坡步行; Haruna 等^[10]用一个 PD 控制器控制躯干, 实现了有躯干机器人下斜坡的行走; Narukawa 等^[11]用两个 PD 控制器分别控制躯干和摆动腿, 实现了机器人在水平地面上的行走.

在以上的这些研究中, 研究对象都是有驱动装置的有躯干机器人. 到目前为止, 还没有学者对无任何驱动装置的有躯干双足机器人的纯被动步行进行研究. 正如 Mcgeer 在其论文^[1]中所说, 只有对纯被动步行有了足够了解以后, 才能设计出合适的驱动器. 正是基于此, 本文对有躯干机器人的纯被动步行进行了研究. 研究发现有躯干机器人模型只存在两种不稳定的步行方式, 没有稳定的步行方式, 也没有多周期的步行方式.

针对不稳定的步行, 本文设计了一个步行稳定器. 该稳定器为一全状态线性反馈控制器, 其输出用以控制躯干与支撑腿之间的力矩. 此稳定器与文献 [10] 中 PD 控制器的关键区别在于此稳定器最大限度地保证了步行的纯被动性. 结果表明: 采用此稳定器能够实现有躯干双足机器人的稳定被动行走.

本文首先对机器人的仿真模型及其动力学进行了介绍; 随后研究了一个典型的纯被动步行, 并对不同的步行方式进行了分析比较; 针对不稳定的步行方式设计了一个步行稳定器, 并给出了仿真结果; 最后对论文进行了分析总结.

1 机器人模型

本文所研究的有躯干双足机器人模型如图1所示. 该机器人模型为平面模型, 其运动被约束在二维平面中. 该模型为三杆结构, 共有四个质点, 分别为躯干质点 m_u 、髋关节质点 m_h 和腿部质点 m_l (左右腿各1个). 机器人模型的腿及躯干均作为无转动惯量的刚性杆处理. 模型参数的具体数值见表1.

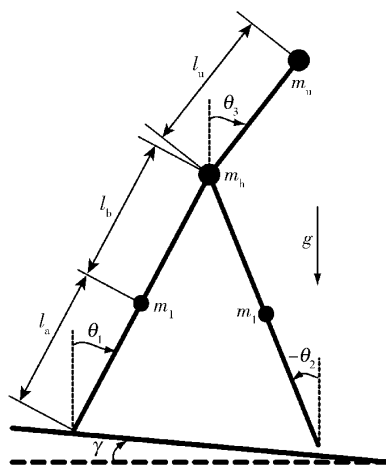


图1 有躯干机器人模型

Fig. 1 Model of a biped robot with a torso

图1中, γ 表示斜面的坡度, 机器人的状态参量 θ_1 、 θ_2 和 θ_3 均以水平地面的垂直法线方向作参考, 顺时针方向为正. θ_1 为支撑腿角度, θ_2 为摆动腿角度, θ_3 为躯干角度.

表1 机器人模型参数

Table 1 Parameters of the robot model

m_u/kg	m_h/kg	m_l/kg	l_u/m	l_h/m	l_a/m	$g/(\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$
10	10	5	0.5	0.5	0.5	9.81

机器人完整的一步行走过程, 可以分为两个阶段处理: 单腿支撑阶段以及支撑腿切换阶段.

1.1 单腿支撑阶段

在单腿支撑阶段中, 机器人模型的支撑脚着地, 摆动腿向前摆动. 支撑脚与地面的接触作为光滑铰链结构处理, 并且忽略摆动脚与地面的刮蹭. 整个机器人系统的动力学方程可表示为

$$M(\theta) \ddot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = 0. \quad (1)$$

式中, $\theta = (\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3)^T$. 该方程的详细表达式见

附录.

因为模型中无任何驱动器, 步行过程中其能量仅来自于重力势能做功, 所以式(1)的右端为0.

1.2 支撑腿切换阶段

当机器人双腿的状态满足约束

$$\theta_1 + \theta_2 - 2\gamma = 0 \quad (2)$$

时, 机器人的摆动脚着地, 支撑腿与摆动腿的角色进行转换, 即

$$\begin{cases} \theta_1^+ = \theta_2^-, \\ \theta_2^+ = \theta_1^-, \\ \theta_3^+ = \theta_3^-. \end{cases} \quad (3)$$

式中, 上角标“-”表示切换之前的变量, 上角标“+”表示切换之后的变量.

这个双腿切换过程可以作为瞬间完全非弹性碰撞处理, 碰撞前的机器人系统与碰撞后的机器人系统应满足如下的角动量守恒关系: 整个机器人系统对于新的支撑点的角动量守恒; 机器人的躯干对于髋关节的角动量守恒; 机器人新的摆动腿对于髋关节的角动量守恒.

这些守恒关系可用方程形式表示为

$$H^n(\theta^+) \dot{\theta}^+ = H^n(\theta^-) \dot{\theta}^-. \quad (4)$$

式中, $\dot{\theta} = (\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3)^T$. 该方程的详细表达式见附录.

机器人在单腿支撑阶段的连续运动与支撑腿切换阶段的瞬间碰撞, 构成了机器人一个完整的步行过程.

2 被动行走

本文采用 Matlab 科学计算软件的 Ode113 数值积分方法, 对机器人的步行运动进行了仿真, 精度为 10^{-8} . 机器人模型摆动脚着地作用 Ode113 的 ‘Event’ 函数进行检测.

2.1 典型的被动行走

图2为机器人模型典型单周期步行的一个棍状示意图. 在此行走过程中, 斜面坡度为 0.05 rad , 机器人的初始状态为 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3) = (-0.19697, 0.29697, -0.03792, 1.06195, 0.35413, -0.60450)$, 步行周期为 0.718 s , 步行长度为 0.489 m , 但该步行不稳定(步行的稳定性会在后文中阐述).

图3为模型在该步行中, 各关节角随时间变化的曲线. 从图4中的闭合曲线可以看出该步行的周期性.

虽然机器人躯干是一个倒立摆模型, 但其在在

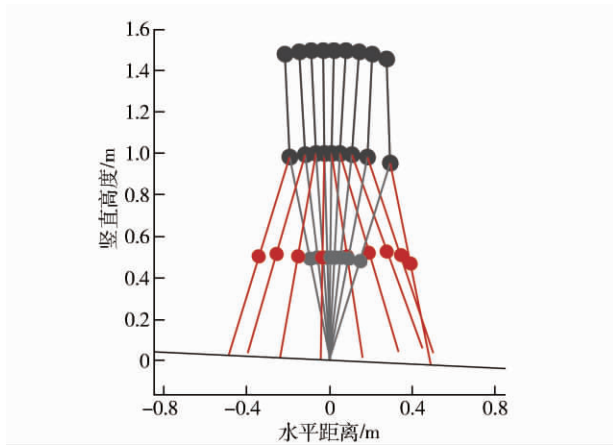


图 2 机器人模型行走示意图

Fig. 2 Sketch of model walking

受驱动的情况下依旧能够保持基本竖直, 原因在于髋关节对其的耦合力作用。

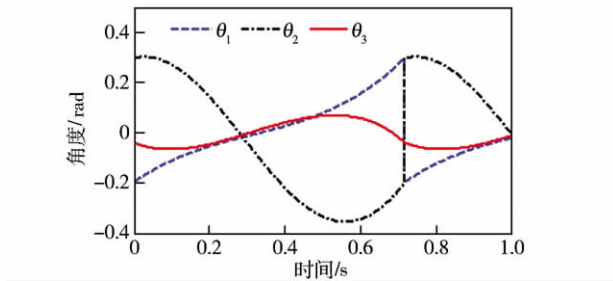


图 3 关节角度随时间变化的曲线

Fig. 3 Curves of joint angle versus time

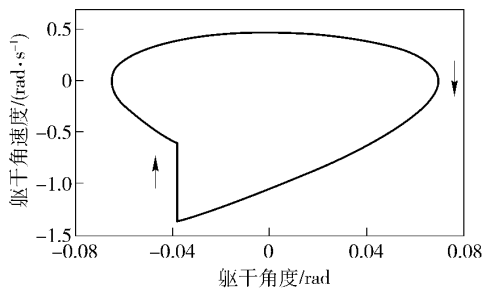


图 4 躯干运动的相平面轨迹

Fig. 4 Trajectory of torso motion in the phase-plane

2.2 两种步行方式

本文在同一坡度上, 对机器人模型可能的步行方式进行了搜索, 结果如下。

(1) 在同一坡度上, 模型可以实现两种不稳定的步行方式: 一种为长周期步行, 一种为短周期步行。长周期步行中, 摆动腿有回收^[12]的运动, 而短周期中则没有。

(2) 没有发现稳定的步行方式。

(3) 没有发现多周期的步行方式。

逐渐改变坡度的大小, 得到了图 5 ~ 图 7。

随着坡度的增加, 长周期步行的周期越来越长, 短周期步行的周期越来越短; 而两种步行方式的步长差别不大(长周期步行的步长略大)。图 7 的纵坐标为步行能量效率指标 (cost of transport, COT), 是一个量纲为 1 的指标^[13], 该值越小说明步行越省能。

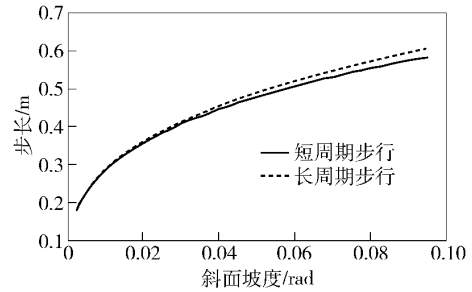


图 5 步长随坡度变化的曲线

Fig. 5 Curves of step length versus slope

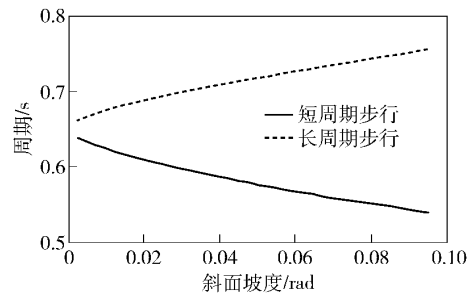


图 6 周期随坡度变化的曲线

Fig. 6 Curves of step period versus slope

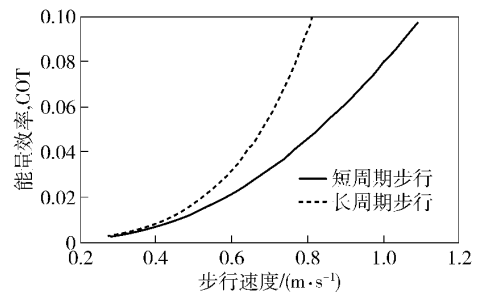


图 7 步行能量效率与步行速度的关系曲线

Fig. 7 Curves of COT versus walking speed

3 稳定性

本文中机器人步行的稳定性采用一般的局部线性稳定性^[7, 14]。因为下节的稳定器设计与该稳定性的定义关联紧密, 为了论文的完整性在此予以说明。

(1) 初始状态 x 。选取机器人在刚碰撞完以后的状态为步行的初始状态, $x = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2,$

$\dot{\theta}_3)^T$. 即完整的一步首先是单腿支撑阶段, 然后是支撑腿切换阶段. $\mathbf{x}_k$ 为第 k 步的初始状态.

(2) 跨步函数 (step-to-step function) $S^{[1]}$, 为将当前步的初始状态映射到下一步初始状态的函数. 该函数是一个综合了单腿支撑阶段和支撑腿切换阶段的多变量非线性函数.

(3) 不动点 $\mathbf{x}^*$, 为机器人初始状态集合中的一点, 满足 $\mathbf{x}^* = S(\mathbf{x}^*)$. 如果以 $\mathbf{x}^*$ 为机器人的初始状态, 经过一步以后, 机器人还回到此状态, 即产生周期的步行.

下面在不动点 $\mathbf{x}^*$ 附近对跨步函数 S 进行局部线性化.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* &= S(\mathbf{x}^*), \\ \mathbf{x}_k &= \mathbf{x}^* + \delta \mathbf{x}_k, \\ \mathbf{x}_{k+1} &= S(\mathbf{x}_k), \\ A &= \begin{bmatrix} -2.05156 & -0.29636 & 0.46561 & -0.59370 & 0.02869 & 0.02852 \\ 2.05156 & 0.29636 & -0.46561 & 0.59370 & -0.02869 & -0.02852 \\ -39.33376 & 3.44839 & 30.50317 & -5.81238 & 0.61162 & 5.10267 \\ 40.36949 & -3.73642 & -29.47900 & 6.36739 & -0.59743 & -4.80759 \\ 42.52212 & -6.76913 & -35.25619 & 5.28699 & -0.55114 & -5.95256 \\ -261.69263 & 24.74250 & 204.53424 & -37.62490 & 3.92876 & 34.36752 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

该矩阵的特征值为

$$\lambda = [68.89246, -0.05672 \pm 0.64713i, 0.14375, 0.00898, 0],$$

可见此步行不稳定.

4 稳定器设计

在机器人模型的躯干与支撑腿之间添加一个力矩, 即动力学方程 (1) 的右端变为 $(-u \ 0 \ \mu)^T$. 并假设该力矩在步行周期内保持恒定不变. 对跨步函数进行局部线性化有

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* &= S(\mathbf{x}^*, \mu^*), \\ u_k &= u^* + \delta u_k, \\ \mathbf{x}^* + \delta \mathbf{x}_{k+1} &= S(\mathbf{x}^* + \delta \mathbf{x}_k, \mu^* + \delta u_k), \\ \mathbf{x}^* + \delta \mathbf{x}_{k+1} &\approx S(\mathbf{x}^*, \mu^*) + \\ &\frac{\partial S(\mathbf{x}, \mu)}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*, \mu=\mu^*} \delta \mathbf{x}_k + \frac{\partial S(\mathbf{x}, \mu)}{\partial u} \bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*, \mu=\mu^*} \delta u_k. \end{aligned} \quad (6)$$

式中, u^* 为不动点 $\mathbf{x}^*$ 对应的控制力矩.

上一节中纯被动模型的线性化, 可以看成是式 (6) 在 $u^* = 0, \delta u = 0$ 时的特例. 定义控制矩阵 B , $B = \frac{\partial S(\mathbf{x}, \mu)}{\partial u} \bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*, \mu=\mu^*}$, B 主要反映了控制力矩的变化对误差的影响.

忽略高阶无穷小项, 线性化式 (6) 可以表示为

$$\delta \mathbf{x}_{k+1} = A \delta \mathbf{x}_k + B \delta u_k. \quad (7)$$

$$\mathbf{x}^* + \delta \mathbf{x}_{k+1} = S(\mathbf{x}^* + \delta \mathbf{x}_k),$$

$$\mathbf{x}^* + \delta \mathbf{x}_{k+1} \approx S(\mathbf{x}^*) + \frac{\partial S(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} \delta \mathbf{x}_k.$$

忽略高阶误差, 有

$$\delta \mathbf{x}_{k+1} = \frac{\partial S(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*} \delta \mathbf{x}_k. \quad (5)$$

为了后文描述的方便, 定义稳定性矩阵.

$$(4) \text{ 稳定性矩阵 } A. A = \frac{\partial S(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^*}. \text{ 从式 (5)}$$

中可以看出该矩阵实际上是误差的增益矩阵. 只要该矩阵的所有特征值均位于单位圆内, 那么误差会逐步缩小, 即步行是稳定; 而如果有特征值位于单位圆外, 则步行是不稳定的.

在此以 2.1 节中的典型步行为例, 对步行的稳定性予以说明. 稳定性矩阵

因为在纯被动步行中没有任何控制, 即 $u^* = 0$, 所以

$$\delta \mathbf{x}_{k+1} = A \delta \mathbf{x}_k + B u_k. \quad (8)$$

如果控制力矩满足

$$u_k = -L \delta \mathbf{x}_k. \quad (9)$$

式中, L 为全状态线性反馈控制率.

那么综合式 (8) 和式 (9), 步行稳定器的设计问题就转化为现代控制理论中设计反馈控制率使得离散线性系统稳定的经典问题.

在此以 2.1 节中的典型步行为例, 采用极点配置的方法设计控制器.

设定期望的极点

$$\mathbf{p}^d = [0 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.5],$$

控制矩阵

$$B = [0.01653 \ -0.01653 \ 0.82701 \ -0.83367 \ -0.96876 \ 5.66332]^T,$$

求解得到的反馈控制率

$$L = [-45.03174 \ 5.17955 \ 35.86010 \ -6.32360 \ 0.67410 \ 6.00108],$$

稳定性矩阵

$$A' = \begin{bmatrix} -1.30740 & -0.38196 & -0.12699 & -0.48920 & 0.01755 & -0.07065 \\ 1.30740 & 0.38196 & 0.12699 & 0.48920 & -0.01755 & 0.07065 \\ -2.09201 & -0.83516 & 0.84649 & -0.58269 & 0.05413 & 0.13971 \\ 2.82811 & 0.58160 & 0.41630 & 1.09563 & -0.03546 & 0.19530 \\ -1.10259 & -1.75141 & -0.51654 & -0.83903 & 0.10190 & -0.13898 \\ -6.66308 & -4.59099 & 1.44679 & -1.81227 & 0.11111 & 0.38143 \end{bmatrix},$$

真实极点

$$p = [0 \quad 0.10000 \quad 0.20015 \quad 0.29897 \quad 0.40176 \quad 0.49912].$$

可见反馈控制器的引入, 能够很好地稳定模型的步行. 示例中真实极点与期望极点的误差来自于线性化后的系统与原系统的差别.

需要注意的是, 因为机器人的初始状态必须满足 $\theta_1 + \theta_2 - 2\gamma = 0$, 所以式(8)表示的系统不完全可控, 系统必有一不可控的极点, 且该极点值为 0.

本文稳定器与文献[10]中 PD 控制器的区别在于, 本文稳定器只是在机器人初始状态出现误差时才有控制输出, 因此对机器人行走产生的影响非常小, 机器人的运动很大程度上是被动的.

5 结论

本文研究了有躯干双足机器人的纯被动行走. 研究发现该机器人模型只存在两种不稳定的步行方式, 即没有稳定的步行方式也没有多周期的步行方式. 两种不稳定的步行, 一种为长周期步行, 一种为短周期步行. 两者主要区别在于长周期步行有摆动腿的回收, 因此其周期更长. 随着机器人模型所在坡度的增加, 长周期步行的周期越来越长, 短周期步行的周期越来越短, 而两者的步长均越来越长且基本相同.

针对该模型的不稳定步行, 本文设计了一个步行稳定器. 该稳定器为全状态线性反馈控制器, 其输入为机器人初始状态的误差, 其输出用以控制躯干与摆动腿之间的力矩, 且该力矩在一个步行周期内保持恒定. 这样就可以把稳定器的设计问题转化为现代控制中反馈控制率的设计问题, 进而得以解决. 本文中给出了一个稳定器设计的示例. 结果表明: 采用此稳定器能够实现模型的稳定被动行走, 并且此稳定器能够很大程度上保证机器人步行的被动性.

附录

本附录详细地介绍了机器人模型的动力学方程.

式(1)中, 各矩阵详细表达式为:

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix},$$

$$N(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix}, \quad G(\theta) = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix}.$$

式中,

$$M_{11} = (m_u + m_h + m_l)(l_a + l_b)^2 + m_l l_a^2,$$

$$M_{12} = -m_l(l_a + l_b)l_b \cos(\theta_1 - \theta_2),$$

$$M_{13} = m_u(l_a + l_b)l_u \cos(\theta_1 - \theta_3),$$

$$M_{21} = -m_l(l_a + l_b)l_b \cos(\theta_1 - \theta_2),$$

$$M_{22} = m_l l_b^2, \quad M_{23} = 0,$$

$$M_{31} = m_u(l_a + l_b)l_u \cos(\theta_1 - \theta_3),$$

$$M_{32} = 0, \quad M_{33} = m_u l_u^2,$$

$$N_1 = -m_l(l_a + l_b)l_b \sin(\theta_1 - \theta_2)\dot{\theta}_2^2 + m_u(l_a + l_b)l_u \sin(\theta_1 - \theta_3)\dot{\theta}_3^2,$$

$$N_2 = m_l(l_a + l_b)l_b \sin(\theta_1 - \theta_2)\dot{\theta}_1^2,$$

$$N_3 = -m_u(l_a + l_b)l_u \sin(\theta_1 - \theta_3)\dot{\theta}_1^2,$$

$$G_1 = -((m_h + m_l + m_u)(l_a + l_b) + m_l l_a)g \sin \theta_1,$$

$$G_2 = m_l l_b g \sin \theta_2, \quad G_3 = -m_u l_u g \sin \theta_3.$$

式(4)中, 各矩阵详细表达式为:

$$H^n(\theta^+) = \begin{bmatrix} H_{11}^n & H_{12}^n & H_{13}^n \\ H_{21}^n & H_{22}^n & H_{23}^n \\ H_{31}^n & H_{32}^n & H_{33}^n \end{bmatrix},$$

$$H^o(\theta^-) = \begin{bmatrix} H_{11}^o & H_{12}^o & H_{13}^o \\ H_{21}^o & H_{22}^o & H_{23}^o \\ H_{31}^o & H_{32}^o & H_{33}^o \end{bmatrix},$$

式中,

$$H_{11}^n = -(m_h + m_l + m_u)(l_a + l_b)^2 - m_l l_a^2 + m_l(l_a + l_b)l_b \cos(\theta_1^+ - \theta_2^+) - m_u(l_a + l_b)l_u \cos(\theta_1^+ - \theta_3^+),$$

$$H_{12}^n = m_l l_b(l_a \cos(\theta_1^+ - \theta_2^+) - l_b + l_b \cos(\theta_1^+ - \theta_2^+)),$$

$$H_{13}^n = -m_u l_u(l_u + l_a \cos(\theta_1^+ - \theta_3^+) + l_b \cos(\theta_1^+ - \theta_3^+)),$$

$$H_{21}^n = -m_u(l_a + l_b)l_u \cos(\theta_1^+ - \theta_3^+),$$

$$H_{22}^n = 0, \quad H_{23}^n = -m_u l_u^2,$$

$$H_{31}^n = m_l(l_a + l_b)l_b \cos(\theta_1^+ - \theta_2^+),$$

$$H_{32}^n = -m_l l_b^2, \quad H_{33}^n = 0,$$

$$H_{11}^o = m_l l_a l_b - (m_h + m_u)(l_a + l_b)^2 \cos(\theta_1^- - \theta_2^-) - 2m_l(l_a + l_b)l_a \cos(\theta_1^- - \theta_2^-) - m_u(l_a + l_b)l_u \cos(\theta_1^- - \theta_3^-),$$

$$H_{12}^o = m_l l_a l_b,$$

$$H_{13}^o = -m_u l_u(l_u + l_a \cos(\theta_2^- - \theta_3^-) + l_b \cos(\theta_2^- - \theta_3^-)),$$

$$H_{21}^o = -m_u(l_a + l_b)l_u \cos(\theta_1^- - \theta_3^-),$$

$$H_{22}^o = 0, \quad H_{23}^o = -m_u l_u^2, \quad H_{31}^o = m_l l_a l_b,$$

$$H_{32}^o = 0, \quad H_{33}^o = 0.$$

参 考 文 献

- [1] McGeer T. Passive dynamic walking. *Int J Rob Res*, 1990, 9(2): 62
- [2] McGeer T. Dynamics and control of bipedal locomotion. *J Theor*

- Biol, 1993, 163(3): 277
- [3] Goswami A, Thuirot B, Espiau B. A study of the passive gait of a compass-like biped robot: symmetry and chaos. *Int J Rob Res*, 1998, 17(12): 1282
- [4] Hass J, Herrmann J M, Geisel T. Optimal mass distribution for passivity-based bipedal robots. *Int J Rob Res*, 2006, 25(11): 1087
- [5] Byl K, Tedrake R. Metastable walking machines. *Int J Rob Res*, 2009, 28(8): 1040
- [6] Garcia M, Chatterjee A, Ruina A, et al. The simplest walking model: stability, complexity, and scaling. *J Biomech Eng*, 1998, 120: 281
- [7] Goswami A, Espiau B, Keramane A. Limit cycles in a passive compass gait biped and passivity-mimicking control laws. *Auton Robots*, 1997, 4(3): 273
- [8] Howell G W, Baillieul J. Simple controllable walking mechanisms which exhibit bifurcations//*Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control*. Tampa, 1998: 3027
- [9] Wisse M, Schwab A L, Van Der Helm F C T. Passive dynamic walking model with upper body. *Robotica*, 2004, 22: 681
- [10] Haruna M, Ogino M, Hosoda K, et al. Yet another humanoid walking-passive dynamic walking with torso under simple control//*Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Maui, 2001: 259
- [11] Narukawa T, Takahashi M, Yoshida K. Numerical simulations of level-ground walking based on passive walk for planar biped robots with torso by hip actuators. *J Syst Des Dyn*, 2008, 2(2): 463
- [12] Hobbelen D G E, Wisse M. Swing-leg retraction for limit cycle walkers improves disturbance rejection. *IEEE Trans Rob*, 2008, 24(2): 377
- [13] Collins S, Ruina A, Tedrake R, et al. Efficient bipedal robots based on passive dynamic walkers. *Science*, 2005, 307: 1082
- [14] Goswami A, Espiau B, Keramane A. Limit cycles and their stability in a passive bipedal gait//*Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*. Minneapolis, 1996: 246