

排土场工后沉降及蠕变规律

张院生¹⁾✉,高永涛¹⁾,吴顺川¹⁾,张太宝²⁾,田书广¹⁾

1) 北京科技大学土木与环境工程学院,北京 100083 2) 额尔古纳市安全生产监督管理局,额尔古纳 022250
✉ 通信作者,E-mail: gunxueren@163.com

摘要 采用 Burgers 模型对排土场散粒体蠕变的减速蠕变和等速蠕变两阶段进行描述,利用分层总和法思想,将垂直填筑的排土场进行分层处理,底层在上覆“自重”变荷载作用下发生沉降变形,分别采用定常和非定常 Burgers 蠕变模型从理论解析角度推导排土场填筑动态过程中沉降、工后沉降及累计沉降计算公式。以齐大山铁矿排土场监测数据进行实例验算,应用结果表明:非定常 Burgers 模型和定常 Burgers 模型拟合的相关系数均较高,非定常 Burgers 模型沉降最终收敛于 5.07 m,定常 Burgers 模型沉降曲线具有发散性,可见非定常 Burgers 模型能更好地表述排土场沉降真实工况;将排土场分为十个分层,结合 FLAC^{3D} 软件的蠕变数值分析计算,得出各单层沉降率的变化规律,即各单层工后沉降量上层沉降值小于下层和中间层,且上层沉降量呈现单调递减变化,越接近排土场顶部单层沉降量越小;中间层沉降量相对下层沉降量要大,其中第 5 单层的沉降量最大。

关键词 排土场; 沉降; 蠕变; Burgers 方程; 分层总和法
分类号 TD854

Post-construction settlement and creep law of waste dumps

ZHANG Yuan-sheng¹⁾✉,GAO Yong-tao¹⁾,WU Shun-chuan¹⁾,ZHANG Tai-bao²⁾,TIAN Shu-guang¹⁾

1) School of Civil and Environmental Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China
2) Administration of Work Safety of Erguna City, Erguna 022250, China
✉ Corresponding author, E-mail: gunxueren@163.com

ABSTRACT The grain body creep of waste dumps including deceleration creep and constant creep was described by the Burgers model. Using the layered summation method, the vertical filling waste dump was sliced and the bottom part settled under the variable weight load of the overlaid part. The computational formulas of settlement in the waste dump filling dynamic process, post-construction settlement and cumulative settlement were derived from theoretical analysis through the steady and unsteady Burgers creep models. The monitoring data of Qidashan Iron Mine were used as a case of proofing. The results show that the correlation coefficients of fitting with both the unsteady and steady Burgers models are high, and the final settlement value of the former is 5.07 m, while the settlement curve of the latter is divergent, thus the unsteady Burgers model performs better in simulating the real working condition of mine subsidence. The waste dump was divided into ten layers and the settle rate of each layer was calculated by the creep simulation model in Flac3D. The post-construction settlement of the top layers is smaller than that of the middle layers and bottom layers, the settlement of the top layers decreases when getting closed to the upper surface of the waste dump. The settlement of the middle layers is larger than that of the bottom layers, and the fifth layer performs a largest settlement.

KEY WORDS waste dumps; settlement; creep; Burgers equation; layering summation method

露天开采设计中,排土场是矿山开采重要组成部分,其沉降和变形对矿山采矿安全至关重要,由于越来越多的工程项目考虑以排土场作为基底,开展工程项目,这就要求对排土场的沉降量进行更严格的控

收稿日期: 2016-01-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51174014); 科技北京百名领军人才培养工程资助项目(Z15110000315014)

制和计算, 从而保证建设工程的安全和质量。

排土场的填筑高度从十几米到上百米不等, 属于高填方工程范畴。排土场顶部的工后沉降是高填方工程的主要问题之一。高填方填筑体沉降在自重荷载影响下包括两个部分: 一是填筑完成后排土场顶部产生的工后沉降, 这部分的沉降是由于填筑料蠕变变形引起; 二是排土场填筑时的压缩沉降, 该部分沉降包含加荷载时瞬时沉降及荷载对土骨架的塑性变形。

在过去的几十年中, 散体或土体沉降研究多数针对于土石坝或者复合地基, 而对于排土场沉降规律研究方法主要有物理模型实验法^[1]、监控测量法^[2]和数值分析法^[3], 但这些方法都未涉及蠕变方程的构建。蠕变方程从宏观模型说分为两大类: 一是经验模型(或半经验); 二是元件模型。国内外早期对固体废弃物沉降模型研究较为成熟, 具有代表性的是 Sowers 类模型^[4], 它是以 Terzaghi 理论和土体次压缩理论为基础, 这种模型属于经验模型; 再如杜维吾和刘宝琛^[5]通过 50 m 高的排土场算例分析, 得出排土场的工后沉降计算公式。这些经验模型虽然参数求解过程较为简便, 但缺少一定的理论依据。元件模型是由基本元件组成, 如黏壶、弹簧等。常见的模型如 Maxwell^[6]、广义 Kelvin^[7]、西原^[8]、Burgers^[9] 等均有较为广泛的应用, 这些经典的蠕变模型, 通过并联或者串联一项非线性黏性元件, 用来模拟非线性流变程度不高的工程问题, 在非线性流变工程中, 可将黏滞系数视为一个变量, 这就是工程中常提到的非定常蠕变模型。熊良宵等^[10]通过建立一个与时间和应力状态有关的非线性黏滞体, 对 Burgers 模型进行改进, 改进后的模型拟合曲线基本与实验曲线吻合。康永刚和张秀娥^[9]采用经验公式将蠕变方程写成与时间和应力相关的幂律型函数, 拟合效果也较好。除此之外, 学者王来贵等^[11]、丁志坤等^[12]和赵延林等^[13]针对不同研究对象流变模型中黏性部分进行过修改研究。

排土场的沉降严格地说是一个长期流变的过程, 一年或多年沉降才能达到稳定, 因此排土场长时间的流变过程需要构建一个适合自身沉降规律的蠕变模型进行描述。本文采用 Burgers 蠕变模型对排土场填土过程及填土完成后的沉降规律进行分析, 并在垂直方向对排土场进行分层处理, 随着填筑的增高, 各层在上覆动态荷载作用下发生沉降, 通过建立适合排土场的 Burgers 蠕变模型, 分析填土过程各单层土体的沉降和工后沉降规律, 为今后分析以排土场为基底的工程项目的土体沉降提供有力的理论依据。

1 排土场 Burgers 蠕变模型

Burgers 模型一般描述岩石蠕变的案例较多, 应用比较成熟, 在恒定的应力作用下蠕变曲线分为减速蠕

变、等速蠕变和加速蠕变三个阶段, 其中加速蠕变描述的是岩石迅速破坏的过程, 对于排土场散体, 加速蠕变阶段则是描述排土场失稳过程, 在此, 假设排土场处于稳定状态, 最终沉降量为定值, 重点分析 Burgers 蠕变前两个阶段。Burgers 蠕变模型见图 1。Burgers 蠕变模型由 Kelvin 体和 Maxwell 体组成, E_k 和 E_m 分别为模型中 Kelvin 体和 Maxwell 体的弹性模量, η_k 和 η_m 分别为模型中 Kelvin 体和 Maxwell 体的黏滞系数, σ 为施加模型上的正压力。

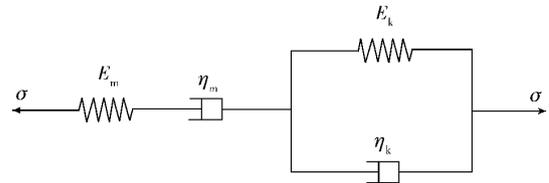


图 1 Burgers 蠕变模型
Fig. 1 Image of the Burgers creep model

1.1 分层总和法

基于 Burgers 蠕变模型的排土场沉降研究, 各层应力荷载是基于上覆自重作用下进行的, 假设荷载应力为上覆垂直方向排土料自重, 并忽略第 i 层填土自重对于本层的影响, 根据分层总和法定义, 排土场散体总沉降 S 为各个分层累计沉降相加, 如下式:

$$S = \sum_{i=1}^n S_i = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i H_i \quad (1)$$

式中 n 为排土场分层层数, H_i 为第 i 层的高度, ε_i 为第 i 层的应变。

1.2 定常 Burgers 蠕变模型

排土场填筑过程中, 随着上覆高度的增大, 在土体自重作用下, 排土结束时, 地层发生的瞬时沉降基本完成, 处于超固结状态, 变形对工后沉降影响较小, 可认为岩层及地层为刚性, 对排土区沉降无影响。如图 2, 假设排土时增速均匀, 填筑高度与时间成正比, 排土增高速率为 K_0 , 在 t_0 时高度为 H_0 , 停止排土, 填筑高度变化关系如式(2), 排土料容重为 γ , 每层填筑体上覆荷

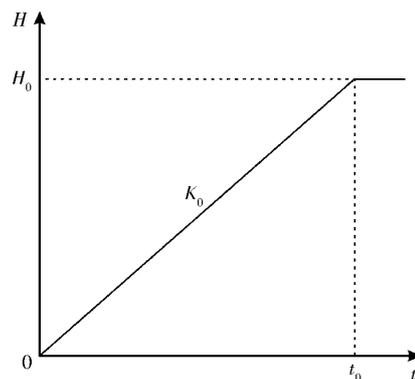


图 2 排土场填筑高度随时间变化
Fig. 2 Change of waste dump height with time

载满足式(3).

$$H(t) = \begin{cases} K_0 t & (0 \leq t < t_0) \\ H_0 & (t \geq t_0) \end{cases}, \quad (2)$$

$$\sigma_i(t) = \begin{cases} 0 & \left(t \leq \frac{iH_0}{nK_0}\right) \\ K_0 \gamma t - \frac{i\gamma H_0}{n} & \left(\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0\right) \\ H_0 \gamma - \frac{i\gamma H_0}{n} & (t > t_0) \end{cases}, \quad (3)$$

式中 K_0 为填土增长系数 H_0 和 T_0 分别为排土完成时排土高度及时间 γ 为排土料容重 $\sigma_i(t)$ 为排土第 i 层时上覆荷载随时间 t 增长函数.

对于传统的 Burgers 模型中, 弹簧和黏壶元件力学参数不随时间变化, 即为定常参数. 由 Kelvin 体和 Maxwell 体组成的 Burgers 模型本构方程分别如下:

$$\sigma(t) = E_k \varepsilon + \eta_k \dot{\varepsilon}, \quad (4)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}(t)}{E_m} + \frac{\sigma(t)}{\eta_m}. \quad (5)$$

式中 $\sigma(t)$ 和 $\dot{\sigma}(t)$ 分别为排土第 i 层时上覆荷载随时间 t 增长函数及函数导数 ε 和 $\dot{\varepsilon}$ 分别为土体应变及应变速率.

将排土场填土过程中荷载函数式(3)代入式(4)和式(5), 分别积分求得 Kelvin 体和 Maxwell 体的蠕变

$$\varepsilon_i = \begin{cases} 0 & \left(t \leq \frac{iH_0}{nK_0}\right) \\ \frac{K_0 \gamma t^2}{2\eta_m} + \left(\frac{K_0 \gamma}{E_m} - \frac{i\gamma H_0}{n\eta_m}\right)t - \frac{i\gamma H_0}{nE_m} + \frac{1}{E_k^2} \left[\frac{i\gamma H_0}{n} e^{\frac{E_k}{nK_0}(t - \frac{iH_0}{nK_0})} - K_0 \gamma t \right] + \frac{1}{E_k} \left(K_0 \gamma t - \frac{i\gamma H_0}{n} \right) + \frac{i^2 H_0^2 \gamma}{2n^2 \eta_m K_0} & \left(\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0\right) \\ \frac{1}{E_k} \left(H_0 \gamma - c_k e^{-\frac{E_k}{nK_0}t} - \frac{i\gamma H_0}{n} \right) + \frac{n\gamma H_0 - i\gamma H_0}{n\eta_m} t + c_m & (t > t_0) \end{cases}, \quad (8)$$

排土场等散体介质受上覆荷载影响, 在不考虑滑坡或破坏情况下, 其沉降变化趋势是先快速沉降, 再逐渐减速, 最后趋于某一定值. Burgers 蠕变前两个阶段, 其变化曲线和排土场散体沉降变化趋势有较多相似之处. 定常 Burgers 元件组合模型中, 通常无法反应材料蠕变的非线性特性. 由于排土场散体沉降是一个沉降速率逐渐减小的过程, 沉降位移逐渐逼近某一定值, 而定常 Burgers 蠕变模型在等速蠕变阶段沉降速率不变, 在长期描述排土场沉降这一过程时与实际不太相符, 不能真实地表述排土场沉降趋势, 有必要对定常 Burgers 线性元件进行修改, 引进随时间变化的非线性元件, 即非定常 Burgers 蠕变模型.

1.3 非定常 Burgers 蠕变模型

陈文玲等^[14]认为当实验材料施加载荷没有超过破坏应力时, 蠕变阶段仅仅表现为减速蠕变阶段和等速蠕变阶段, 且受到黏滞系数的影响, 系数随时间增加

方程.

Kelvin 体:

$$\varepsilon_{ki} = \begin{cases} 0 & \left(t \leq \frac{iH_0}{nK_0}\right) \\ \frac{1}{E_k^2} \left[\frac{i\gamma H_0}{n} e^{\frac{E_k}{nK_0}(t - \frac{iH_0}{nK_0})} - K_0 \gamma t \right] + \frac{1}{E_k} \left(K_0 \gamma t - \frac{i\gamma H_0}{n} \right) & \left(\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0\right) \\ \frac{1}{E_k} \left(H_0 \gamma - c_k e^{-\frac{E_k}{nK_0}t} - \frac{i\gamma H_0}{n} \right) & (t > t_0) \end{cases}, \quad (6)$$

Maxwell 体:

$$\varepsilon_{mi} = \begin{cases} 0 & \left(t \leq \frac{iH_0}{nK_0}\right) \\ \frac{K_0 \gamma t^2}{2\eta_m} + \left(\frac{K_0 \gamma}{E_m} - \frac{i\gamma H_0}{n\eta_m}\right)t - \frac{i\gamma H_0}{nE_m} + \frac{i^2 H_0^2 \gamma}{2n^2 \eta_m K_0} & \left(\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0\right) \\ \frac{n\gamma H_0 - i\gamma H_0}{n\eta_m} t + c_m & (t > t_0) \end{cases}, \quad (7)$$

式中 ε_{ki} 和 ε_{mi} 分别为 Kelvin 体和 Maxwell 体的应变, c_k 和 c_m 分别为 Kelvin 体和 Maxwell 体的沉降系数.

综合式(6)和式(7), 定常 Burgers 模型蠕变方程为

$$\varepsilon_i = \begin{cases} 0 & \left(t \leq \frac{iH_0}{nK_0}\right) \\ \frac{K_0 \gamma t^2}{2\eta_m} + \left(\frac{K_0 \gamma}{E_m} - \frac{i\gamma H_0}{n\eta_m}\right)t - \frac{i\gamma H_0}{nE_m} + \frac{1}{E_k^2} \left[\frac{i\gamma H_0}{n} e^{\frac{E_k}{nK_0}(t - \frac{iH_0}{nK_0})} - K_0 \gamma t \right] + \frac{1}{E_k} \left(K_0 \gamma t - \frac{i\gamma H_0}{n} \right) + \frac{i^2 H_0^2 \gamma}{2n^2 \eta_m K_0} & \left(\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0\right) \\ \frac{1}{E_k} \left(H_0 \gamma - c_k e^{-\frac{E_k}{nK_0}t} - \frac{i\gamma H_0}{n} \right) + \frac{n\gamma H_0 - i\gamma H_0}{n\eta_m} t + c_m & (t > t_0) \end{cases}, \quad (8)$$

而逐渐增大, 并最终达到一个稳定值后不再变化.

鉴于上述排土场沉降最终收敛于常数, 设非线性 Kelvin 模型中黏滞系数及非线性 Maxwell 模型中黏滞系数如下^[15].

非线性 Kelvin 模型黏滞系数:

$$\eta(t)_k = A \left[\left(t - \frac{iH_0}{nK_0} \right) + R \right]. \quad (9)$$

非线性 Maxwell 模型黏滞系数:

$$\eta(t)_m = B \left[\left(t - \frac{iH_0}{nK_0} \right) + R \right]^a \quad (a \neq 1, a \neq 2). \quad (10)$$

式中 $\eta(t)_k$ 和 $\eta(t)_m$ 分别为 Kelvin 体和 Maxwell 体中黏滞系数随时间变化函数, A 和 B 为初始黏滞系数, R 为时间相关的常数, μ 为量纲一的常数.

1.3.1 非线性 Kelvin 体

对于 Kelvin 体, 本构方程有

$$\sigma_i(t) = E_k \varepsilon_{ki} + \eta(t) \dot{\varepsilon}_{ki} \quad (11)$$

结合式(3)、式(9)和式(11),Kelvin 体蠕变方程:

当 $t \leq \frac{iH_0}{nK_0}$ 时,荷载应力为 0,应变 $\varepsilon_{ki} = 0$;

当 $\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0$ 时,上覆荷载随时间不断增加,有

$$\varepsilon_{ki} = \frac{AK_0\gamma R^{\frac{E_k}{A}+1}}{E_k(A+E_k)} \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{-\frac{E_k}{A}} + \frac{K_0\gamma \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} - \frac{AR}{E_k} \right)}{A+E_k}; \quad (12)$$

当 $t > t_0$ 时,填土完成,荷载不变,应变 ε_{ki} 为

$$\varepsilon_{ki} = \frac{H_0\gamma}{E_k} \left(1 - \frac{i}{n} \right) - \frac{c_k}{E_k} \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{-\frac{E_k}{A}} \quad (13)$$

归纳排土场排土第 i 层的 Kelvin 体蠕变方程如下式:

$$\varepsilon_{ki} = \begin{cases} 0 & \left(t \leq \frac{iH_0}{nK_0} \right) \\ \frac{AK_0\gamma R^{\frac{E_k}{A}+1}}{E_k(A+E_k)} \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{-\frac{E_k}{A}} + \frac{K_0\gamma \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} - \frac{AR}{E_k} \right)}{A+E_k} & \left(\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0 \right) \\ \frac{H_0\gamma}{E_k} \left(1 - \frac{i}{n} \right) - \frac{c_k}{E_k} \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{-\frac{E_k}{A}} & (t > t_0) \end{cases} \quad (14)$$

1.3.2 非线性 Maxwell 体

对于 Maxwell 体,本构方程有

$$\dot{\varepsilon}_{mi} = \frac{\dot{\sigma}_i(t)}{E_m} + \frac{\sigma_i(t)}{\eta(t)} \quad (15)$$

$$\varepsilon_i = \begin{cases} 0 & \left(t \leq \frac{iH_0}{nK_0} \right) \\ \frac{AK_0\gamma R^{\frac{E_k}{A}+1}}{E_k(A+E_k)} \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{-\frac{E_k}{A}} + \frac{K_0\gamma \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} - \frac{AR}{E_k} \right)}{A+E_k} - \frac{i\gamma H_0}{nE_m} + \frac{K_0\gamma t}{E_m} + \frac{K_0\gamma(2R-aR+a-1)}{R^{a-1}B(a-1)(a-2)} - \frac{K_0\gamma(2R-aR+a-1)}{B(a-1)(a-2)} \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{1-a} & \left(\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0 \right) \\ \frac{H_0\gamma}{E_k} \left(1 - \frac{i}{n} \right) - \frac{c_k}{E_k} \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{-\frac{E_k}{A}} - \frac{\gamma H_0}{B(a-1)} \left(1 - \frac{i}{n} \right) \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{1-a} + c_m & (t > t_0) \end{cases} \quad (19)$$

式中: $t \leq \frac{iH_0}{nK_0}$ 时,由于第 i 层填土还未完成或刚刚完成,此时上覆未填土,荷载为零,第 i 层应变为零; $\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0$ 时, ε_i 表示填土过程中,已填好的各层随上覆填土增高的沉降应变;当 $t > t_0$ 时,填土完成,荷载恒定。

1.4 沉降量计算

由式(1)可知,当时间趋于无穷大时,排土场总沉降量为各个分层压缩沉降累计相加,工后沉降总量为

同理结合式(3)、式(10)和式(15),Maxwell 体蠕变方程:

当 $t \leq \frac{iH_0}{nK_0}$ 时,荷载应力为 0,应变 $\varepsilon_{mi} = 0$;

当 $\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0$ 时,上覆荷载随时间不断增加,有

$$\varepsilon_{mi} = \frac{K_0\gamma(2R-aR+a-1)}{R^{a-1}B(a-1)(a-2)} - \frac{i\gamma H_0}{nE_m} + \frac{K_0\gamma t}{E_m} - \frac{K_0\gamma(2R-aR+a-1)}{B(a-1)(a-2)} \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{1-a}; \quad (16)$$

当 $t > t_0$ 时,填土完成,荷载不变,应变 ε_{mi} 为

$$\varepsilon_{mi} = c_m - \frac{\gamma H_0}{B(a-1)} \left(1 - \frac{i}{n} \right) \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{1-a} \quad (17)$$

归纳垂直方向填筑排土场第 i 层的 Maxwell 体蠕变方程如下式:

$$\varepsilon_{mi} = \begin{cases} 0 & \left(t \leq \frac{iH_0}{nK_0} \right) \\ \frac{K_0\gamma(2R-aR+a-1)}{R^{a-1}B(a-1)(a-2)} - \frac{i\gamma H_0}{nE_m} + \frac{K_0\gamma t}{E_m} - \frac{K_0\gamma(2R-aR+a-1)}{B(a-1)(a-2)} \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{1-a} & \left(\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0 \right) \\ c_m - \frac{\gamma H_0}{B(a-1)} \left(1 - \frac{i}{n} \right) \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{1-a} & (t > t_0) \end{cases} \quad (18)$$

由式(14)和式(18),得非线性 Burgers 蠕变方程如下:

$$\varepsilon_i = \begin{cases} 0 & \left(t \leq \frac{iH_0}{nK_0} \right) \\ \frac{AK_0\gamma R^{\frac{E_k}{A}+1}}{E_k(A+E_k)} \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{-\frac{E_k}{A}} + \frac{K_0\gamma \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} - \frac{AR}{E_k} \right)}{A+E_k} - \frac{i\gamma H_0}{nE_m} + \frac{K_0\gamma t}{E_m} + \frac{K_0\gamma(2R-aR+a-1)}{R^{a-1}B(a-1)(a-2)} - \frac{K_0\gamma(2R-aR+a-1)}{B(a-1)(a-2)} \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{1-a} & \left(\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0 \right) \\ \frac{H_0\gamma}{E_k} \left(1 - \frac{i}{n} \right) - \frac{c_k}{E_k} \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{-\frac{E_k}{A}} - \frac{\gamma H_0}{B(a-1)} \left(1 - \frac{i}{n} \right) \left(t - \frac{iH_0}{nK_0} + R \right)^{1-a} + c_m & (t > t_0) \end{cases} \quad (19)$$

排土层最终累积总沉降减去在排土完成时的沉降量,有

$$S_{pc} = S_{\infty} - S_{t_0} \quad (20)$$

$$S_{t_0} = H_i \sum_{i=1}^n \varepsilon_{t_0,i} \quad (21)$$

$$S_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n S_{i\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i H_i = \lim_{t \rightarrow \infty} H_i \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \quad (22)$$

式中 S_{pc} 、 S_{∞} 和 S_{t_0} 分别为工后沉降总量、排土层最终累计沉降量和排土完成时沉降量, $\varepsilon_{t_0,i}$ 为排土第 i 层在排土完成时的应变。

由于式(8)和式(19)表示的是排土场各分层在不同时刻的沉降分段函数,排土层累计沉降函数由两部分组成,即 $\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0$ 时 $\varepsilon_{ai} = \varepsilon_i \Big|_{\frac{iH_0}{nK_0}}$, $t > t_0$ 时 $\varepsilon_{ai} = \varepsilon_i(T_0) + \varepsilon_i \Big|_{t_0}$,且排土层累计沉降函数在 $t = t_0$ 时左右连续. 因此,工后沉降量函数也为

$$S_{pe,t} = H_i \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \Big|_{t_0} \quad (23)$$

排土场填土过程中下沉量计算没有实际意义,在此不加以考虑,故只计算排土场达到极限后的沉降位移,由式(23)得出任意时刻的工后沉降量. 下文以工程算例进行验证分析.

2 算例分析

岩石或材料蠕变实验历经时间较长,尤其类似排土场散体在自重作用下的蠕变模型实验,持续时间几年,如文中提到的文献[5],排土场监测时间为8 a. 因此限于实验条件的约束,本文采用文献[5]中齐大山铁矿排土场现场监测数据进行拟合,验证排土场沉降

公式的合理性.

齐大山铁矿排土场台阶高度为50 m,排土料主要有细粒土质砂和细砂石,容重为 $16 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$,排土高度随着时间逐渐增加,增高速率 K_0 为 $50 \text{ m} \cdot \text{a}^{-1}$. 假设将整个填土高度分成10层(见图3),以开始填筑为起始时间,第1年排土结束时对排土场沉降进行监测,监测点布设于排土场顶部,根据每年不同实测监测点的高程并与排土完成时初始高程相比较,得排土场工后沉降量(见表1). 矿山现场监测时,由于排土过程中测点较难保护,沉降监测难以实施,且对于排土过程中沉降监测意义并不是很大,因此本案例仅考虑工后实测沉降数据对本文的验证. 同时,由于矿山缺乏排土过程中的实测沉降量,因此理论计算式(8)和式(19)中,当 $\frac{iH_0}{nK_0} < t \leq t_0$ 时,是无法根据实测数据确定参数 E_m 值的,但对于工后沉降计算式($t > t_0$),可根据实测数据进行回归分析确定工后沉降参数,这也具有一定的实际参考意义.

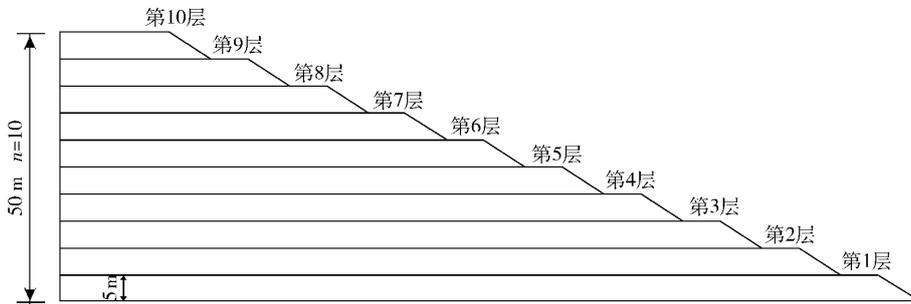


图3 齐大山铁矿排土场沉降分层图

Fig. 3 Settlement hierarchical graph of the waste dump in Qidashan Iron Mine

由图4可知,排土场沉降蠕变模型根据工后实测数据能较好地拟合. 定常 Burgers 模型工后沉降前几年拟合效果较好,但因等速蠕变阶段,速度为恒定

值,沉降后期表现出非收敛性;而非定常 Burgers 模型对数据拟合时,拟合度较高,且随着时间的增大,沉降速率趋于零. 根据两者拟合曲线方程,当 $t = 100 \text{ a}$ 时,定常 Burgers 模型曲线沉降值为 13.72 m ,非定常 Burgers 模型曲线沉降值收敛于 5.07 m ,可见非定常 Burgers 模型较合适描述排土场的蠕变特性. 表2和表3为工后沉降拟合参数.

表1 齐大山铁矿排土场实测沉降量^[5]

Table 1 Measured settlement of the waste dump in QiDaShan iron mine^[5]

m			
第2年	第3年	第4年	第∞年
3.73	4.68	4.87	5.00

表2 定常 Burgers 模型拟合参数值

Table 2 Fitting parameters on the basis of the stationary Burgers model

E_k / MPa	$\eta_k / (\text{GPa} \cdot \text{d}^{-1})$	$\eta_m / (\text{GPa} \cdot \text{d}^{-1})$	c_k
233.0	43.2	73.4	2.04×10^8

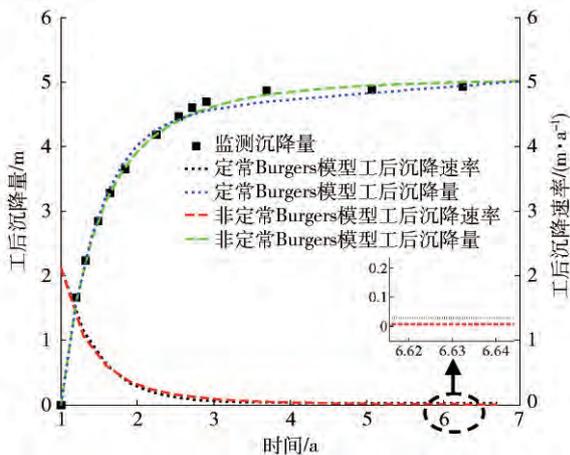


图4 排土场沉降拟合曲线

Fig. 4 Fitting curves of the waste dump settlement

表 3 非正常 Burgers 模型拟合参数值

Table 3 Fitting parameters on the basis of the non-stationary Burgers model

E_k / MPa	c_k	A	B	a	R
50.73	0.91	5.05×10^6	4.48×10^{-2}	3.74	320.9

以更符合实际情况的非正常 Burgers 模型为例, 根据其反演出的参数, 将表 3 计算参数代入工后沉降量函数式得出非正常 Burgers 蠕变模型各单层的工后沉降曲线, 如图 5 所示. 由图可知, 各单层工后沉降量变化呈现逐渐减小的趋势, 最终收敛一定值. 图 6 为各单层无穷年后的最终工后沉降量. 从第 1 单层至第 9 单层最终工后沉降量的变化趋势是先递增再递减, 其中工后沉降量最大、最小分别是第 5 单层、第 9 单层, 相对应的最大沉降率(沉降量与单层高度的比值)为 12.7%, 最小沉降率 6.5%. 各单层的工后沉降率见表 4. 针对齐大山铁矿排土场监测数据拟合的结果, 产生这种规律可能原因是: (1) 自重荷载大小. 上层受荷载最小, 随着排土场填筑的增高, 下层受到的荷载逐渐增大. 在相对工后时期并不长的排土期, 下层土体压缩程度并不高. 排土完成时在高荷载作用下, 下层工后沉降相对荷载小的上层更易发生变形, 因此下层沉降量比上层大. (2) 压缩程度. 在排土时期, 下层已经受到一定程度的压缩, 而中间层压缩程度比下层压缩程度小, 在工后沉降计算时中间层比下层大亦有可能. (3) 荷载作用时间. 通常荷载作用时间越长, 沉降量越大, 但受压缩程度和自重荷载大小对沉降量的影响, 三者之间密不可分, 相互影响.

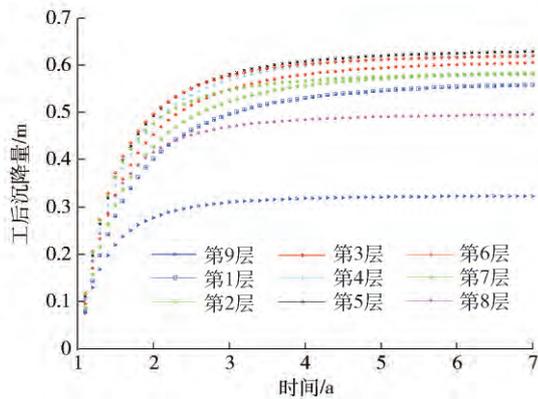


图 5 非正常 Burgers 蠕变模型各单层工后沉降曲线

Fig. 5 Post-construction settlement curves by using the non-stationary Burgers creep model in each layer

对于以上各单层沉降量原因分析, 若是考虑排土过程中累计沉降量, 显然下层沉降量比中间层、上层大. 比如第 1 单层沉降量要大于第 2 单层, 原因是在没有第 10 单层之前的第 1 单层和含有第 10 单层的第 2 单层沉降量应该是相当的, 当填土加上第 10 单层时,

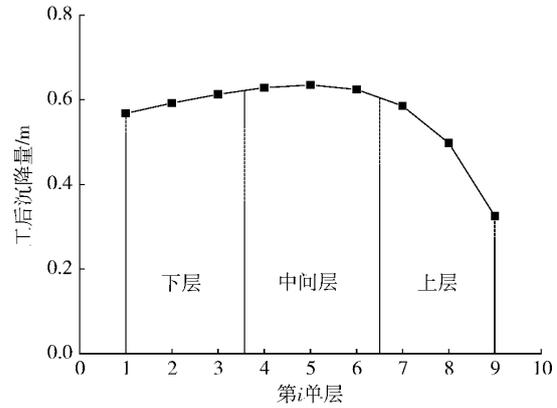


图 6 非正常 Burgers 蠕变模型各单层工后沉降量

Fig. 6 Post-construction settlement by using the non-stationary Burgers creep model in each layer

表 4 非正常 Burgers 模型各单层工后沉降

Table 4 Post-construction settlement by using the non-stationary Burgers creep model in each layer

第 i 单层	工后沉降量 / m	工后沉降率 / %
1	0.568	11.4
2	0.592	11.8
3	0.613	12.3
4	0.629	12.6
5	0.635	12.7
6	0.625	12.5
7	0.586	11.7
8	0.498	9.9
9	0.325	6.5

第 1 单层势必比第 2 单层大. 总之, 在工后沉降计算时, 各个单层受自重荷载、压缩程度和荷载作用时间因素的影响. 为进一步验证以上分析的合理性, 下文以数值分析进行验证.

3 数值分析

3.1 数值模型

模拟计算中, 计算模型简化为梯形, 设置梯形上底 \times 下底 \times 高的尺寸为 $20 \text{ m} \times 158.4 \text{ m} \times 50 \text{ m}$, 台阶坡面角为 33° , 边坡角为 19° , 将 50 m 高排土层均分 10 层, 每层 5 m . 应用 FLAC^{3D} 软件计算的模型网格划分, 沿厚度方向设置 5 m , 共有 50102 单元和 11982 节点, 如图 7 所示.

模型边界条件限制底部和侧面位移, 从模型底部开始逐步添加各层, 模拟排土场回填过程. 图 4 中, 定常和非正常拟合的工后沉降曲线可知, 两者曲线拟合相似度较高, 很接近实际监测值. 事实上, 排土竣工前几年, 定常和非正常蠕变模型表述各分层或整体工后沉降上, 曲线刻画形态差距并不大, 因此竣工后沉降

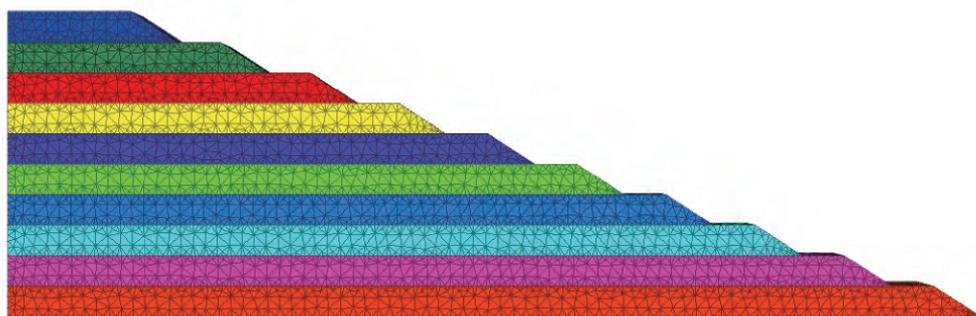


图7 模型网格划分

Fig.7 Division of model grid

7 a 内,数值计算采用定常蠕变模型代替非常蠕变模型来验证上文工后沉降计算公式的正确性以及排土过程中各分层沉降量规律的可靠性,是具有一定参考意义的. 本文数值计算时,以定常 Burgers 模型拟合出的参数值进行计算验证,计算参数见表 5.

表 5 数值模拟力学参数

Table 5 Mechanical parameters for the numerical simulation

$\eta_k /$ (GPa·d ⁻¹)	$\eta_m /$ (GPa·d ⁻¹)	$E_k /$ MPa	$E_m /$ MPa	$E_v /$ MPa	$\rho /$ (kg·m ⁻³)
43.2	73.4	233.0	1.45	1.83	1.6×10^3

注:表中 E_v 为体积模量 ρ 为填料密度.

3.2 计算结果

高为 50 m 的排土场,假设填土速率为 $50 \text{ m} \cdot \text{a}^{-1}$,在模拟过程中,各单层逐步添加,当计算时步 365 d 时,设置各层沉降速度和位移为零,开始监测布设于各单层监测点的垂直位移变化. 模拟实际监测的工后沉降. 如图 8 沉降量云图中 A_1 、 A_2 和 A_3 点,分别布设于第 10 单层顶部距离边缘 2、4 和 6 m 处. 当计算时步 2555 d (7 a) 时,各点的沉降量及平均沉降量变化曲线如图 9 所示. 数值计算结果约第 2.5 a 时候开始停止增长,并压缩回弹. 最终沉降率约 10.26%,其拐点时间和最终沉降率与拟合结果较为接近,可见通过整体排土场工后沉降的数值分析能够反映填土过程的沉降变化.



图8 沉降量分布云图

Fig.8 Nephogram of settlement

图 9 中 A_1 、 A_2 和 A_3 (三个顶部监测点) 数值模拟结果与定常蠕变工后拟合结果相差不大,通过对数值计算中各单层顶部点进行监测,求出各单层工后沉降量(顶部沉降值减去下层顶部沉降值).

图 10 为数值计算各单层工后沉降率与拟合结果对比图. 数值计算各单层的工后沉降率由排土场下层至上层,变化趋势特点呈现上层沉降率明显小于下层或者中间层,上层呈单调递减变化,且中间层沉降率较高,最高沉降率为 14.26%;非常蠕变结果,最高沉降率为第 5 单层,上层也呈现单调递减,可见数值计算值与非常蠕变 Burgers 蠕变理论值变化特点较为一致.

通过排土场工后沉降的理论推导和数值计算分

析,排土场各单层工后沉降量上层沉降值小于下层和中间层,且上层沉降量呈现单调递减变化,越接近排土场顶部单层沉降量越小,其中顶部沉降量最小,中间层沉降量相对下层沉降量要大,其中第 5 单层沉降量最大.

4 结论

(1) 将 Burgers 蠕变模型应用于排土场高填土体,并在垂直方向对排土场进行分层处理,提出适合于排土场沉降的本构方程,推导出排土场高填土体填土过程中沉降、工后沉降及累计沉降计算公式.

(2) 采用非常蠕变 Burgers 模型和定常 Burgers 模型

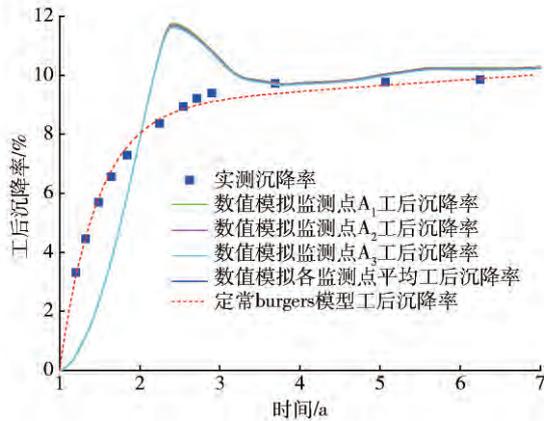


图 9 数值计算工后沉降率变化曲线

Fig. 9 Numerical calculation curves of post-construction settlement rate

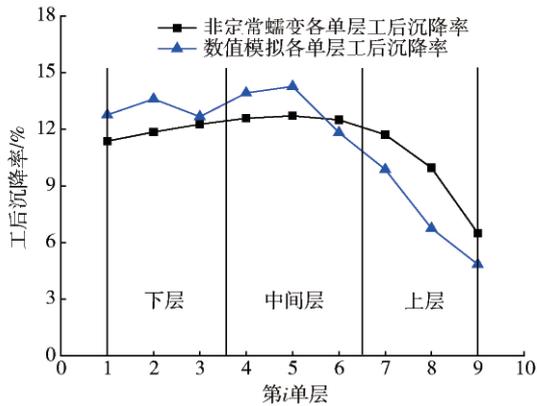


图 10 数值模拟与非非常蠕变模型各单层工后沉降率对比

Fig. 10 Comparison of each monolayer post-construction settlement rate between the numerical simulation and the non-steady Burgers creep model

对齐大山铁矿排土场现场监测数据进行拟合,相关系数均较高。根据拟合曲线趋势,100 a 后定常 Burgers 模型曲线沉降值为 13.72 m,非定常 Burgers 模型曲线沉降值为 5.07 m,对于发散型曲线的定常 Burgers 模型在沉降后期不能反映排土场真实沉降量,而非定常 Burgers 模型最终沉降量和真实情况较为相符。

(3) 通过对排土场各单层工后沉降分析及蠕变数值计算,得出各单层沉降率的变化规律,即排土场各单层工后沉降量上层沉降值小于下层和中间层,上层沉降量呈现单调递减,且越接近排土场顶部单层沉降量越小,顶部单层沉降量达到最小,中间层沉降量相对下层沉降量要大,其中第 5 单层沉降量最大(共 10 层)。

参 考 文 献

[1] Wang J, Sun S W, Chen C. Geo-mechanical model experiment research of dumping site on loess basement. *J China Coal Soc*,

2014, 39(5): 861
 (王俊,孙书伟,陈冲. 饱水黄土基底排土场地质力学模型实验研究. *煤炭学报*, 2014, 39(5): 861)

[2] Sun K, Tian B. Discussion on application of resection in the subsidence monitoring of the dump. *Geomatics Spat Inf Technol*, 2014 (11): 219
 (孙坤,田彬. 后方交会法在排土场沉降监测中应用的探讨. *测绘与空间地理信息*, 2014(11): 219)

[3] Kan S L, Sun S G, Li X F, et al. Numerical analysis of slope deformation and destroy law for huge soft hill base on hillside stack dump. *Nonferrous Met Min Sect*, 2010(6): 49
 (阚世雷,孙世国,李晓芳,等. 山坡堆积型排土场厚软基底边坡变形破坏规律数值分析. *有色金属(矿山部分)*, 2010(6): 49)

[4] Sowers G F. Settlement of waste disposal fills // *Proceeding of the 8th International Conference on Solid Mechanics and Foundation Engineering*. New York: Springer, 1973

[5] Du W W, Liu B C. The calculation of displacements of a waste dump on horizontal foundation. *Min Metallurgical Eng*, 1990(1): 2
 (杜维吾,刘宝琛. 水平地基排土场沉降位移计算. *矿冶工程*, 1990(1): 2)

[6] Zhu M L, Zhu Z D, Li Z J, et al. Preliminary study of non-stationary shear rheological model of wall rock of long, large and deep buried tunnel. *Chin J Rock Mech Eng*, 2008, 27(7): 1436
 (朱明礼,朱珍德,李志敬,等. 深埋长大隧洞围岩非定常剪切流变模型初探. *岩石力学与工程学报*, 2008, 27(7): 1436)

[7] Chen X P, Zhu H H, Zhou Q J. Study on modified generalized Kelvin creep consolidation model. *Chin J Rock Mech Eng*, 2006, 25(Suppl 2): 3428
 (陈晓平,朱鸿鹄,周秋娟. 修正广义 Kelvin 蠕变固结模型研究. *岩石力学与工程学报*, 2006, 25(增刊 2): 3428)

[8] Li L Q, Xu W Y, Wang W. A nonlinear viscoelastoplastic rheological model based on Nishihara's model. *Chin J Theor Appl Mech*, 2009, 41(5): 671
 (李良权,徐卫亚,王伟. 基于西原模型的非线性黏弹塑性流变模型. *力学学报*, 2009, 41(5): 671)

[9] Kang Y G, Zhang X E. A non-stationary model for rock creep based on Burgers model. *Rock Soil Mech*, 2011, 32(Suppl 1): 424
 (康永刚,张秀娥. 基于 Burgers 模型的岩石非定常蠕变模型. *岩土力学*, 2011, 32(增刊 1): 424)

[10] Xiong L X, Yang L D, Zhang Y. Non-stationary Burgers model for rock. *J Cent South Univ Sci Technol*, 2010, 41(2): 679
 (熊良宵,杨林德,张尧. 岩石的非定常 Burgers 模型. *中南大学学报(自然科学版)*, 2010, 41(2): 679)

[11] Wang L G, He F, Liu X F, et al. Nonlinear creep model and stability analysis of rock. *Chin J Rock Mech Eng*, 2004, 23(10): 1640
 (王来贵,何峰,刘向峰,等. 岩石试件非线性蠕变模型及其稳定性分析. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(10): 1640)

[12] Ding Z K, Lü A Z. Parameter identification of non-stationary creep equation of rocks. *Rock Soil Mech*, 2004, 25(Suppl 1): 37

- (丁志坤, 吕爱钟. 岩石粘弹性非正常蠕变方程的参数辨识. 岩土力学, 2004, 25(增刊1): 37)
- [13] Zhao Y L, Cao P, Wen Y D, et al. Elastoviscoplastic rheological experiment and nonlinear rheological model for rocks. *Chin J Rock Mech Eng*, 2008, 27(3): 477
(赵延林, 曹平, 文有道, 等. 岩石弹黏塑性流变实验和非线性流变模型研究. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(3): 477)
- [14] Chen W L, Zhao F S, Gong H J. Study of creep parameters of mica-quartzose schist during triaxial creep test. *Chin J Rock Mech Eng*, 2011, 30(Suppl 1): 2810
(陈文玲, 赵法锁, 弓虎军. 三轴蠕变实验中云母石英片岩蠕变参数的研究. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(增刊1): 2810)
- [15] Xia C C, Jin L, Guo R. Nonlinear theoretical rheological model for rock: a review and some problems. *Chin J Rock Mech Eng*, 2011, 30(3): 454
(夏才初, 金磊, 郭锐. 参数非线性理论流变力学模型研究进展及存在的问题. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(3): 454)