

# 混沌人工鱼群的鲁棒保性能控制权值矩阵优化方法

李腾辉<sup>✉</sup>, 谢寿生, 彭靖波, 贾伟洲, 何大伟

空军工程大学航空航天工程学院, 西安 710038  
✉通信作者, E-mail: 861857472@qq.com

**摘要** 针对鲁棒保性能控制中的权值矩阵依赖经验选取, 无法最大限度的减小系统保守性的问题, 提出了一种基于混沌人工鱼群算法的鲁棒保性能控制权值矩阵优化方法. 该方法中, 将保性能控制鲁棒界作为优化的目标函数来寻找最优权值矩阵是整个算法实现的关键. 该种改进的人工鱼群优化算法融合了混沌搜索与自适应步长和视野的人工鱼群优化算法, 有效的解决了基本人工鱼群算法的后期收敛速度慢、易陷入局部最优等缺点. 通过测试函数对比验证了该种改进人工鱼群优化算法的优越性, 并通过应用实例验证了该权值矩阵优化方法的有效性.

**关键词** 鲁棒保性能控制; 权值矩阵优化; 人工鱼群算法; 混沌人工鱼群算法  
**分类号** TP13

## A weighting matrix optimization method for robust guaranteed cost control based on chaos artificial fish swarm algorithm

LI Teng-hui<sup>✉</sup>, XIE Shou-sheng, PENG Jing-bo, JIA Wei-zhou, HE Da-wei

Aeronautics and Astronautics Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China  
✉Corresponding author, E-mail: 861857472@qq.com

**ABSTRACT** Herein, a robust guaranteed cost control weighting matrix optimization method based on chaos artificial fish swarm algorithm was proposed to overcome the dependence on the experience of selecting a weighting matrix in order to achieve robust guaranteed cost control and to overcome the inability of the current method to minimize the system conservative. The objective of this methodology is to estimate the optimal weighting matrix by considering the robust guaranteed cost control boundary as an objective function for optimization. The improved artificial fish swarm algorithm combines the chaos search and the artificial fish swarm algorithm with adaptive step and vision, which effectively resolves various drawbacks, including low convergence rate during the latter stage and easiness of being trapped in a local optimal solution, of a basic artificial fish swarm algorithm. The superiority of the improved artificial fish swarm algorithm proposed herein was verified by the contrast results of the test function. Furthermore, the effectiveness of the weighting matrix optimization method was validated using some application examples.

**KEY WORDS** robust guaranteed cost control; weighting matrix optimization; artificial fish swarm algorithm; chaos artificial fish swarm algorithm

不确定性系统的控制问题包括鲁棒稳定和鲁棒性能两个方面. 由于鲁棒保性能控制能够兼顾鲁棒稳定性以及鲁棒性能, 近年来已经引起学者的广泛关注, 并取得了许多研究成果<sup>[1-6]</sup>. 文献[4]给出了

连续时间不确定性系统保性能控制的方法, 文献[5]给出了离散系统的鲁棒保性能控制方法, 文献[6]则研究了输出反馈鲁棒保性能控制. 但是现有的结论都是在不确定范数有界的条件下得到的, 因

此都具有一定保守性;鲁棒保性能控制都必须先确定权值矩阵的值.权值矩阵的选取对系统的结果有很大的影响,但是现有的方法大都通过经验来确定权值矩阵的值,没有一种固定选取准则.保性能控制鲁棒界是保性能意义下系统不确定性的最大允许范围<sup>[7]</sup>,是衡量鲁棒保性能控制保守性的关键指标,因此提出了一种以保性能控制鲁棒界为目标函数的权值矩阵优化算法,为权值矩阵的选取提供一种方法.

人工鱼群优化算法具有鲁棒性强、全局收敛性好和对初始值敏感性小的优点,但是也存在后期收敛速度慢和易陷入局部最优的不足<sup>[8-12]</sup>,结合混沌搜索跳出局部极值能力强的特点<sup>[13-15]</sup>,提出混沌-自适应人工鱼群优化权值矩阵的方法.

## 1 保性能控制鲁棒界

鲁棒保性能控制是指在保证不确定系统闭环稳定的前提下,还能保证其性能指标不超过某一确定的上界.但是往往很难平衡鲁棒稳定和鲁棒性能之间的关系.在不确定范数有界的假设条件下得到的结论往往过于保守.因此为得到不确定性与鲁棒保性能控制之间的关系,文献[7]给出了保性能控制鲁棒界的概念,即保性能意义下系统不确定性的最大允许范围.

### 1.1 系统描述及预备知识

考虑如下不确定线性系统

$$\dot{x} = (A_0 + \Delta A)x(t) + (B_0 + \Delta B)u(t), x(0) = x_0 \quad (1)$$

式中  $x(t) \in \mathbf{R}^n$  为系统的状态  $u(t) \in \mathbf{R}^m$  为系统的控制输入  $A_0$  和  $B_0$  为已知常阵,  $\Delta A$  和  $\Delta B$  为具有适当维数的不确定性时变实矩阵.考虑如下形式的性能指标

$$J = E \left\{ \int_0^{\infty} (x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)) dt \right\} \quad (2)$$

式中  $Q$  与  $R$  即为待优化的权值矩阵,且  $Q > 0$   $R > 0$ .

**定义 1** 对不确定性系统(1),其自治系统为 ( $u(t) \equiv 0$ )

$$\dot{x} = (A_0 + \Delta A)x(t) \quad (3)$$

如果能够构造一个该自治系统的状态变量  $x(t)$  的函数  $V(x(t)) = x^T(t) P x(t)$ ,其中  $P = P^T > 0$  且对于任意允许的系统不确定性  $\Delta A$  以及所有的非零的状态变量满足以下两个条件:(1)  $V(x(t)) > 0$ ;  
(2)  $\dot{V}(x(t)) > 0$  则称系统(1)是鲁棒稳定的.

如果存在一个状态反馈

$$u(t) = -Kx(t) \quad (4)$$

使得对应的不确定性闭环系统

$$\dot{x} = [(A_0 + \Delta A) + (B_0 + \Delta B)K]x(t) \quad (5)$$

鲁棒稳定,则系统(1)是鲁棒可稳定的.

**定义 2** 对线性不确定系统(1)和性能指标(2),存在一个线性状态反馈器(3)和正数  $J^*$ ,使得闭环系统(5)满足以下两个条件:

(1) 闭环系统鲁棒稳定;

(2) 闭环系统相对应的性能指标(2)具有上界  $J^*$ ,满足  $J \leq J^*$ .

则称闭环不确定系统(5)是鲁棒保性能的,式(4)为系统(1)的保性能控制,  $J^*$  为系统(1)的一个性能上界.

**引理 1**<sup>[7]</sup> 对不确定性线性系统(1)和性能指标(2),存在一个线性状态反馈器(3),使得不确定性闭环系统(5)鲁棒保性能控制的充分必要条件是存在常数  $\varepsilon > 0$ ,使得 Riccati 不等式:

$$A^T P + PA + \varepsilon P D D^T P + \frac{1}{\varepsilon} E^T E + Q + K^T R K < 0 \quad (6)$$

有正定解  $P > 0$ ,其中  $A = A_0 - B_0 K$ ,  $E = E_1 - E_2 K$ .鲁棒保性能闭环控制系统的性能指标  $J \leq \text{tr}(P)$ .

**引理 2**<sup>[7]</sup> Schur 补:对给定的对称矩阵  $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ * & S_{22} \end{bmatrix}$ ,其中  $S_{11} \in \mathbf{R}^{r \times r}$ .以下三个条件是等价的:

(1)  $S < 0$ ; (2)  $S_{11} < 0$ ,  $S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$ ; (3)  $S_{22} < 0$ ,  $S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$ .

### 1.2 主要结果及证明

**定理 1** 对线性不确定系统(1)和性能指标(2),若存在线性状态反馈控制器(4),使得不确定性闭环系统(5)鲁棒保性能的充分必要条件是存在适当的正定对称矩阵  $X > 0$ , 矩阵  $Y$ , 以及常数  $\varepsilon > 0$ ,使得下面线性矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \Pi & D & X E_1^T - Y^T E_2^T & X & Y^T \\ * & -\varepsilon^{-1} I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon I & 0 & 0 \\ * & * & * & -Q^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

式中  $\Pi = A_0 X + X A_0^T - B_0 Y - Y^T B_0^T$ ,  $I$  表示相应维数的单位矩阵, \* 代表矩阵中相对应项的转置.则鲁棒保性能控制系统的性能指标  $J \leq \text{tr}(P)$ . 状态反馈

控制律为

$$u(t) = -YX^{-1}x(t) = Kx(t) \quad (8)$$

证明: 由引理 1 可知闭环系统(5)鲁棒保性能的充分必要条件是式(6)成立. 在式(6)的左右分别乘以  $P^{-1}$  得到

$$P^{-1}(A_0 - B_0K)^T + (A_0 - B_0K)P^{-1} + \varepsilon DD^T + \frac{1}{\varepsilon}P^{-1}(E_1 - E_2K)^T(E_1 - E_2K) + P^{-1}QP + P^{-1}K^TRKP^{-1} < 0 \quad (9)$$

再令  $P^{-1} = X$ ,  $KP^{-1} = Y$ , 应用引理 Schur 补即可得到上面的线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI).

为证明  $J \leq \text{tr}(P)$  取 Lyapunov 函数  $V(x(t)) = x^T(t)Px(t)$ , 对不确定闭环系统可得

$$\dot{V} = \dot{x}^T Px + x^T P \dot{x} = x^T APx + \xi^T PAx = x^T [(AP + PA)]x \quad (10)$$

由引理 1 可知  $\dot{V} < -x^T \left( \varepsilon PDD^T P + \frac{1}{\varepsilon} E^T E + Q + K^T RK \right) x$ . 故

$$\int_0^\infty \dot{V} dt = V(\infty) - V(x_0) \leq \int_0^\infty -x^T(t) \left( \varepsilon PDD^T P + \frac{1}{\varepsilon} E^T E + Q + K^T RK \right) x(t) dt \quad (11)$$

再由定义(1)可知  $V(\infty) = 0$ . 因此

$$J \leq E(V(x_0)) = E(x_0^T P x_0) = \text{tr}(P) \quad (12)$$

证闭.

**定理 2** 对于不确定性系统(1)和性能指标(2)若存在线性反馈(4), 使得任意非结构不确定性  $\Delta A$  和  $\Delta B$  均有

$$\sum_{i=1}^{l_A} k_{Ai}^2 \sigma_{\max}^2(\Delta A) + \sum_{i=1}^{l_B} k_{Bi}^2 \sigma_{\max}^2(\Delta B) < \sigma_{\min} \left( -\frac{\varepsilon}{2} (A^T P + PA + Q + K^T RK + \varepsilon P^2) \right) \quad (13)$$

则不确定闭环系统(5)是鲁棒保性能的, 式(13)为保性能控制鲁棒界. 其中,  $\varepsilon > 0$  为待定常数,  $A = A_0 - B_0K$ ,  $\sigma_{\max}(X)$  和  $\sigma_{\min}(X)$  分别为矩阵  $X$  的最大和最小奇异值,  $P > 0$  为保性能矩阵.

证明 由定义 2 可得

$$(\Delta A - \Delta BK)^T + (\Delta A - \Delta BK) - (A^T P + PA + Q + K^T RK) < 0 \quad (14)$$

因为对任意实矩阵  $X$  和  $Y$  以及任意常数  $\varepsilon > 0$ , 有不等式

$$X^T Y + Y^T X \leq \frac{1}{\varepsilon} X^T X + \varepsilon Y^T Y \quad (15)$$

故

$$(\Delta A - \Delta BK)^T P + P(\Delta A - \Delta BK) < \frac{1}{\varepsilon} (\Delta A - \Delta BK)^T (\Delta A - \Delta BK) + \varepsilon P^2 \quad (16)$$

又因为

$$\Delta A^T \Delta A + (\Delta BK)^T (\Delta BK) < -\frac{\varepsilon}{2} (A^T P + PA + Q + K^T RK + \varepsilon P^2) \quad (17)$$

根据 Hermite 矩阵性质, 式(17)成立当且仅当

$$\lambda(M) = \lambda(\Delta A^T \Delta A + (\Delta BK)^T (\Delta BK) + \frac{\varepsilon}{2} (A^T P + PA + Q + K^T RK + \varepsilon P^2)) < 0 \quad (18)$$

又由于

$$\lambda(M) \leq \lambda_{\max}(\Delta A^T \Delta A) + \lambda_{\max}[(\Delta BK)^T (\Delta BK)] + \lambda_{\max} \left( \frac{\varepsilon}{2} (A^T P + PA + Q + K^T RK + \varepsilon P^2) \right) \leq \sigma_{\max}^2(\Delta A) + \sigma_{\max}^2(\Delta BK) - \lambda_{\min} \left( -\frac{\varepsilon}{2} (A^T P + PA + Q + K^T RK + \varepsilon P^2) \right) \quad (19)$$

再由式(17)可得

$$-\frac{\varepsilon}{2} (A^T P + PA + Q + K^T RK + \varepsilon P^2) > 0 \quad (20)$$

所以

$$\lambda_{\min} \left( -\frac{\varepsilon}{2} (A^T P + PA + Q + K^T RK + \varepsilon P^2) \right) = \sigma_{\min} \left( -\frac{\varepsilon}{2} (A^T P + PA + Q + K^T RK + \varepsilon P^2) \right) \quad (21)$$

假设不确定矩阵为  $\Delta A = \sum_{i=1}^{l_A} k_{Ai} A_i$ ,  $\Delta B = \sum_{i=1}^{l_B} k_{Bi} B_i$ , 因此, 由式(17)到(21)即可证明该定理.

由此可知, 要使得鲁棒保性能控制获得最大的鲁棒界, 即等价于要使得

$$\sigma_{\min} \left( -\frac{\varepsilon}{2} (A^T P + PA + Q + K^T RK + \varepsilon P^2) \right) \quad (22)$$

获得最大值.

## 2 改进人工鱼群优化鲁棒保性能权值矩阵的提出

### 2.1 改进人工鱼群算法

#### 2.1.1 自适应视野与步长的人工鱼群算法

人工鱼群算法是一种通过构造人工鱼, 模仿鱼群生存方式中的觅食、聚群、追尾等主要行为, 从而解决实际优化问题的一种算法. 其思路是针对每个人工鱼个体实现局部寻优, 然后不断迭代更新, 最终

实现全局寻优。但是,基本人工鱼群算法存在收敛速度慢、易陷入局部最优等不足。部分原因是因为固定的步长与视野。因此提出一种自适应步长与视野的人工鱼群算法。在算法初期给定较大的步长与视野,人工鱼移动范围大,收敛速度快;而到后期,人工鱼群聚集在极值点附近,选择较小的步长与视野有利于避免在极值点处来回震荡。

自适应步长策略: 初始人工鱼当前状态为  $X_1 = (x_{11}, x_{21}, \dots, x_{n1})$ , 任意状态为  $X_k = (x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk})$ , 关系如下:

$$X_2 = X_1 + \text{Visual} \cdot \text{Rand}() \quad (23)$$

$$X_{k+2} = X_k + \frac{X_{k+1} - X_k}{\|X_{k+1} - X_k\|} \cdot \left| 1 - \frac{Y_k}{Y_{k+1}} \right| \cdot \text{Step} \quad (24)$$

其中,  $\text{Rand}()$  函数产生 0 到 1 之间的随机数,  $\text{Step}$  为移动步长,  $Y_k$  为  $X_k$  状态的目标函数值。

自适应视野策略: 引入衰减因子  $\alpha$  和  $\beta$ , 算法如下:

$$\begin{cases} \text{Visual}_{k+1} = \alpha \cdot \text{Visual}_k, & (Y_{k+1} - Y_k) / |Y_k| > \delta \\ \text{Visual}_{k+1} = \beta \cdot \text{Visual}_k, & (Y_{k+1} - Y_k) / |Y_k| < \delta \end{cases} \quad (25)$$

其中  $0 < \alpha < 1$ ,  $0 < \beta < 1$ , 且  $\alpha > \beta$ ,  $\delta$  为判断阈值。当目标函数值的相对变化量大于这个阈值时, 选择较大的衰减因子  $\alpha$ ; 若小于阈值, 则选择  $\beta$ 。

### 2.1.2 混沌搜索

容易陷入局部最优是人工鱼群一大突出的缺点。为解决这个问题, 提出结合混沌搜索的改进人工鱼群算法。混沌现象具有随机性、确定性、遍历性等特点, 能够在一定范围内按照其自生规律不断重复

的遍历所有的状态。

设有一个  $n$  维优化问题,  $x_j$  是其第  $j$  维决策变量且  $x_{\min, j} < x_j < x_{\max, j}$ , 混沌搜索具体算法如下:

(1)  $k=0$ , 用下式将第  $j$  维决策变量  $x_j^{(k)}$  映射为混沌变量  $cx_j^{(k)}$ ,

$$cx_j^{(k)} = \frac{x_j^{(k)} - x_{\min, j}}{x_{\max, j} - x_{\min, j}} \quad (26)$$

(2) 在  $cx_j^{(k)}$  的基础上利用 Logistic 混沌映射产生下一代混沌变量  $cx_j^{(k+1)}$ 。其中 Logistic 混沌映射迭代方程如下:

$$Z(k+1) = \mu Z(k) \cdot [1 - Z(k)] \quad (27)$$

其中  $Z(k) = cx_j^{(k)}$ ,  $\mu$  是控制参数, 当  $\mu = 4$  时, 且  $Z(k) \notin (0, 0.25, 0.5, 0.75, 1)$ , 其他点均是通过式 (27) 产生的, 且均位于 0 到 1 之间, 系统完全为混沌状态。

由于  $\mu \in (0, 4]$ , 图 1 给出了当初始值  $x_0 = 0.8$ , 数据长度为 100 时, 控制参数  $\mu$  分别取 1、3.56、3.75、4 时相对应的 logistic 映射功率谱图。从图中可以看出, 当功率谱为单峰或者多峰时, logistic 对应于周期态或者拟周期态, 当  $\mu > 3.56$  时, 功率谱连成一片, 无明显的峰, 此时, logistic 映射处于弱混沌状态, 而且随着控制参数  $\mu$  增大, 功率谱图更密集, 其对应 logistic 映射处于强混沌状态。此外, 图 2 所示的初始值  $x_0 = 0.8$ , 数据长度为 100 时, 控制参数  $\mu$  分别取 1、3.56、3.75 和 4 时相对应的 logistic 映射自相关函数图显示  $\mu = 4$  时的相关系数较小, 说明该种 logistic 映射的混沌状态较强。虽然  $\mu = 1$  时相关系数接近于 0, 但是该种情况下的 logistic 映射会收

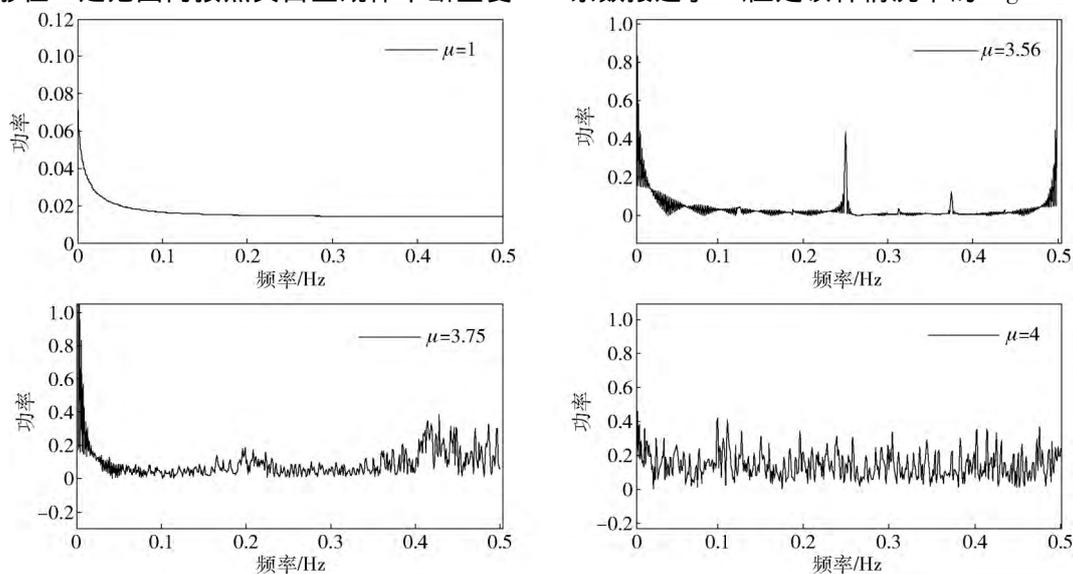


图 1 logistic 映射功率谱图

Fig. 1 Logistic mapping of power

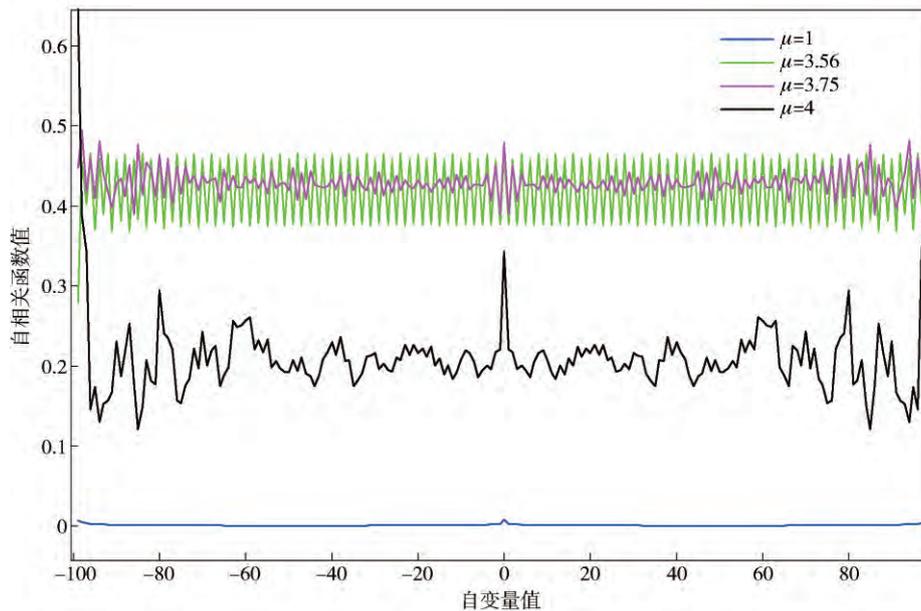


图 2 logistic 映射自相关函数图

Fig. 2 Illustration of the autocorrelation function of the logistic map

敛于两个稳定点  $x = 0$  或者  $x = 1 - \frac{1}{\mu}$ , 故不满足混沌搜索的遍历性要求. 综上所述, 当  $\mu = 4$  时, 系统处于完全混沌状态.

对于  $Z(k) \notin (0, 0.25, 0.5, 0.75, 1)$ , 是因为对于式 (27) 的 logistic 映射空间  $[0, 1]$  内, 具有 0、0.25、0.5、0.75 和 1 这 5 个不动点, 当  $Z(k)$  等于这 5 个不动点时, 式 (27) 所产生的新的混沌变量将收

敛于某一固定数值, 从而导致失去混沌搜索的遍历性, 会导致混沌映射均匀性变差, 将直接影响整个迭代搜索的收敛速度以及精确度, 降低整个算法的求解效率. 为验证系统对初始值的敏感性以及鲁棒性, 如图 3 所示为  $\mu = 4$ , 初始混沌变量分别为 0.24999、0.25、0.5、0.50001、0.00001 和 0.99999 时所对应的 logistic 映射时间序列分布图. 从图中可以

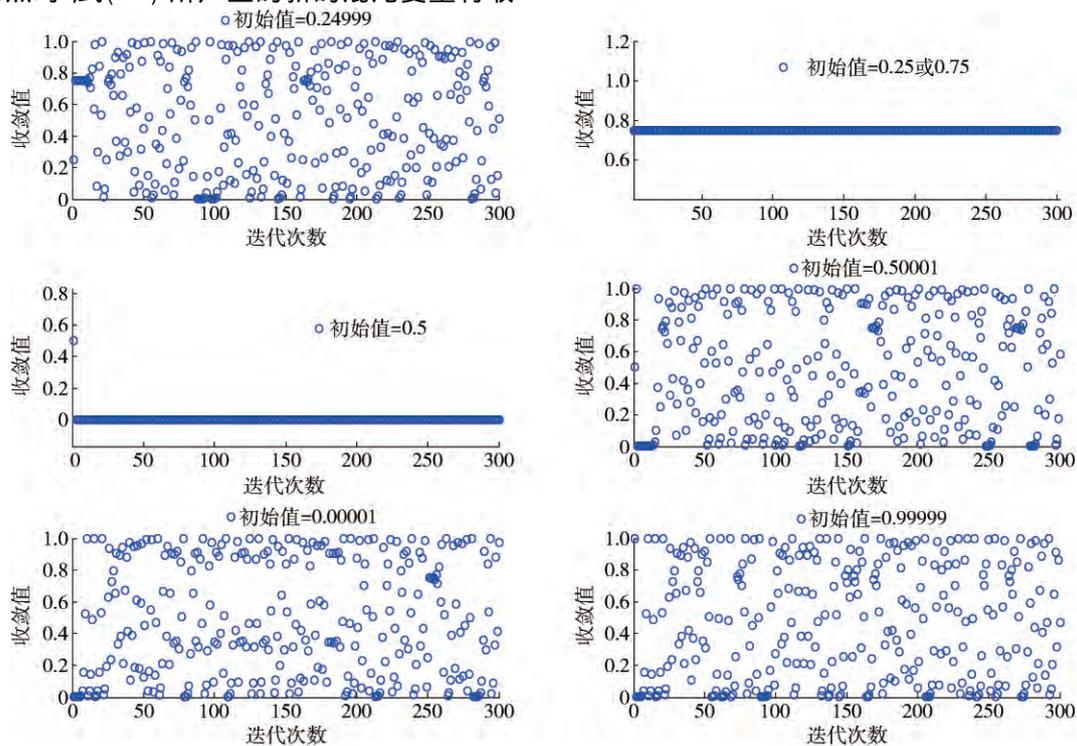


图 3 logistic 映射时间序列分布图

Fig. 3 Time-sequence distribution chart of the logistic map

看出当初混沌变量为 0.25 和 0.5 时,数值分别收敛于 0.75 和 0,而当初始混沌变量为 0.24999 和 0.50001 时,数值均呈现无规律性,并且能够分布整个空间,其遍历性较好.综上所述  $\mu=4$  时  $Z(k) \in (0, 0.25, 0.5, 0.75, 1)$  对于噪声的敏感性极强,因为初始值变化 0.001% 经过一段时间后,所产生的结果完全不同.而且对于该混沌系统来说,当控制参数  $\mu=4$  时,初始值为 0.00001、0.24999、0.50001 和 0.99999 时,系统的遍历性与均匀性均能够得到保证,即说明在整个  $[0, 1]$  内,只要保证  $Z(k) \notin (0, 0.25, 0.5, 0.75, 1)$  混沌系统对于初始值取值长度具有鲁棒性.

(3) 通过下式,将混沌变量  $cx_j^{(k+1)}$  映射成决策变量  $x_j^{(k+1)}$ .

$$x_j^{(k+1)} = x_{\min,j} + cx_j^{(k+1)}(x_{\max,j} - x_{\min,j}) \quad (28)$$

(4) 对新的决策变量  $x_j^{(k+1)}$  进行优劣评价.

(5) 如果新的决策变量  $x_j^{(k+1)}$  优于  $x_j^{(k)}$ ,则输出  $(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \dots, x_n^{(k+1)})$  作为搜索的结果,否则令  $k=k+1$  返回第(2)步.

### 2.2 改进人工鱼群优化鲁棒保性能权值矩阵的步骤

由于待优化矩阵  $Q$  与  $R$  均为对角正定矩阵,故将待优化矩阵  $Q$  与  $R$  中的对角元素设为人工鱼,式(22)为目标函数,即相当于求得  $\max \left( \sigma_{\min} \left( -\frac{\varepsilon}{2} (A^T P + PA + Q + K^T R K + \varepsilon P^2) \right) \right)$ ,具体优化步骤如下.

Step1: 参数初始化. 给定系统矩阵、人工鱼群规模 NUM、迭代次数 Iterate\_times、视野范围 Visual 和步长 Step 的初值. 衰减系数  $\alpha$  和  $\beta$ ,觅食尝试次数 Try\_number 和拥挤度因子  $\varphi$ .

Step2: 生成初始鱼群. 即给定 NUM 组  $Q$  和  $R$  矩阵中对角元素的值,代表初始人工鱼群的状态.

Step3: 计算每个人工鱼个体的适应度值,即鲁棒界;将最优个体计入公告板. 即将  $Q$  和  $R$  矩阵带入(7)式的线性矩阵不等式中,从而利用 MATLAB 中的线性矩阵不等式工具箱求出矩阵  $X$ 、 $Y$  以及常数  $\varepsilon$  的可行解,进一步由  $P^{-1} = X$ 、 $KP^{-1} = Y$  求出矩阵  $P$ 、反馈矩阵  $K$  以及性能指标  $J$ ,最后代入(22)求得目标函数,即得到鱼群的适应度值.

Step4: 人工鱼执行行为. 人工鱼执行觅食、追尾、聚群以及随机等行为,然后对执行所计算的适应度值进行评价,若大于当前状态则人工鱼向该优良状态移动一步.

Step5: 最优人工鱼执行混沌搜索.

Step6: 广告牌更新. 将混沌搜索后得到的最优人工鱼与广告牌的人工鱼进行适应度比较,若优于广告牌人工鱼,则替换广告牌;否则,保持广告牌不变.

Step7: 判断是否达到最大迭代次数 Iterate\_times. 若满足,则停止算法并输出最优值以及对应的人工鱼,即可得到最优的鲁棒保性能权值矩阵;否则返回 Step4,再进行下一次迭代寻优.

具体算法流程图如图 4 所示.

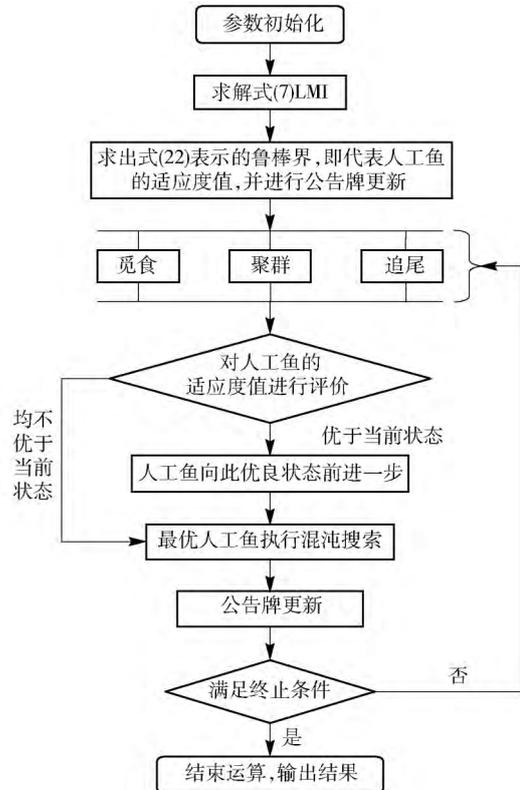


图 4 算法流程

Fig. 4 Flow chart of the proposed algorithm

## 3 仿真结果与分析

### 3.1 优化算法的测试

选用函数  $f(x_1, x_2, x_3) = -[(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 3)^2]$ ,  $x_i \in [-10, 10]$ ,  $i=1, 2, 3$ , 对混沌-改进人工鱼群优化算法进行精准性和可行性测试,该函数在定义域范围内的全局最大值为 0, 最优为(1 2 3). 分别以基本人工鱼群算法、自适应步长和视野的人工鱼群算法以及混沌-改进人工鱼群混合算法对测试函数进行优化,结果如图 5 和表 1 所示.

如图 5 与表 1 所示,混沌-改进人工鱼群算法与自适应步长视野人工鱼群优化算法和基本人工鱼群算法相比,收敛迭代次数较少,说明具有更好的收敛

表1 测试函数优化结果对比

Table 1 Contrast results for the optimization of the test function

优化算法	最优值	最优人工鱼	平均最优值	收敛迭代次数
基本人工鱼群算法	-0.4490	(1.1356, 1.3724, 2.8084)	-0.6569	15
自适应步长视野人工鱼群算法	-0.2840	(1.3365, 1.6436, 2.7908)	-0.3756	10
混沌-改进人工鱼群算法	-0.0236	(1.0832, 1.9697, 3.1255)	-0.1569	9

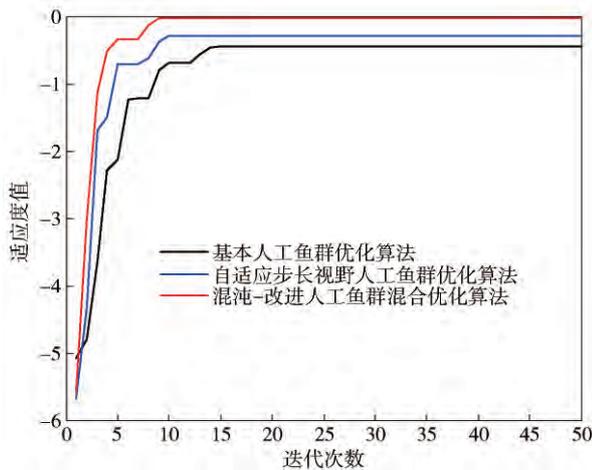


图5 测试函数优化收敛曲线对比

Fig. 5 Convergence curve comparison of the test function

速度,能够以更少的迭代次数搜索出全局最优值,且最优值与理论最优值较其他两种优化算法来说都更接近,说明了该种混沌-改进人工鱼群优化算法的准确性更高,且从图5中可以看出混沌-改进人工鱼群的收敛曲线上较为平滑,而其他两种优化算法均不同程度的出现了折线,说明混沌-改进混合人工鱼群算法不易陷入局部最优,跳出局部最优的能力较强。

### 3.2 权值矩阵的优化算例

考虑如下所示的不确定性线性系统:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} x + k_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + k_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

表2 权值矩阵优化结果对比

Table 2 Contrast results for the optimization of the weighting matrix

优化算法	最优值	最优人工鱼	平均最优值	收敛迭代次数
基本人工鱼群算法	9.1984	(41.0231, 27.1356, 21.6453)	9.1071	20
自适应步长视野人工鱼群算法	9.4563	(40.2963, 26.0477, 21.0132)	9.3865	11
混沌-改进人工鱼群算法	9.6272	(39.5457, 25.1274, 20.6572)	9.4964	8

从图6和表2中可以看出混沌-改进人工鱼群混合算法优化的保性能控制鲁棒界是三种优化算法中最大的,这说明该算法优化的保性能鲁棒控制界更接近全局最优值。通过混沌-改进人工鱼群混合算法优化的保性能控制鲁棒界为  $k_1^2 + 2.25k_2^2 \leq$

即可知  $A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $E_1$  和  $E_2$  均为2维单位矩阵,人工鱼条数  $NUM = 20$ ,最大迭代次数  $Iterate\_times = 50$ ,初始化视野  $Visual = 5$ ,拥挤度因子  $\varphi = 0.5$ ,觅食尝试次数  $Try\_number = 5$ ,衰减因子  $\alpha = 0.9$ ,  $\beta = 0.6$ ,阈值  $\delta = 0.2$ 。此时  $Q = \text{diag}[a, b]$ ,  $R = c$ ,故人工鱼为  $(a, b, c)$ 。

分别以基本人工鱼群算法、自适应步长和视野的人工鱼群算法以及混沌-改进人工鱼群混合算法对鲁棒保性能权值矩阵  $Q$  和  $R$  进行优化,结果如图6和表2所示。

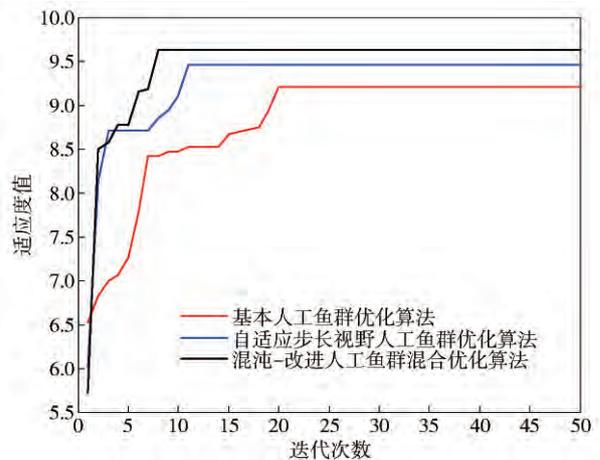


图6 权值矩阵优化收敛对比曲线

Fig. 6 Convergence contrast curves depicting the optimization of the weighting matrix

$9.6272$ , 保性能控制率为  $u = [-5.7157 \quad -10.4712]x$ ,得到的性能指标  $J \leq 350.0965$ ,常数  $\varepsilon = 0.0274$ ,最优的权值矩阵  $Q = \begin{bmatrix} 39.5457 & 0 \\ 0 & 25.1274 \end{bmatrix}$ ,  $R = 20.6572$ 。则说明选择该

种权值矩阵,该闭环系统能够获较大的不确定性允许范围,即保守性最小。

#### 4 结论

通过测试函数的优化比较,验证了混沌-改进人工鱼群优化算法的准确性与优越性,同时将代表保守性程度的保性能鲁棒控制界作为目标函数,运用该优化算法实现了对鲁棒性能权值矩阵的优化选择,解决了鲁棒性能控制中权值矩阵选择经验性强的问题,仿真算例进一步验证了该算法的有效性,为鲁棒性能控制权值矩阵的选取提供了一种方法。但是该问题只针对鲁棒性能控制,对于更加一般的鲁棒  $H_\infty$  控制的权值矩阵选择问题来说,如何选择优化的目标函数还需要进一步的进行探索研究。

#### 参 考 文 献

- [1] Cui G M, Mu Z C, Li X L, et al. Guaranteed cost control of networked control systems. *J Univ Sci Technol Beijing*, 2006, 28(6): 595  
(崔桂梅,穆志纯,李晓理,等. 网络控制系统保性能控制. 北京科技大学学报, 2006, 28(6): 595)
- [2] Wu Z Q, Xie J P. Adaptive guaranteed cost controller design for wind turbine. *J Vib Shock*, 2013, 32(15): 95  
(吴忠强,谢建平. 风力发电机自适应鲁棒性能控制器设计. 振动与冲击, 2013, 32(15): 95)
- [3] Long Y K, Wen G L, Chen Z W. A simulation study on robust guaranteed cost control for vehicle active suspension. *Autom Eng*, 2014, 36(2): 216  
(龙垚坤,文桂林,陈哲吾. 汽车主动悬架鲁棒性能控制仿真研究. 汽车工程, 2014, 36(2): 216)
- [4] Kosmidou O I. Robust stability and performance of systems with structured and bounded uncertainties: an extension of the guaranteed cost control approach. *Int J Control*, 1990, 52(3): 627
- [5] Kienitz K H. Guaranteed cost stabilization for a class of uncertain discrete-time systems. *Int J Syst Sci*, 1995, 26(3): 555
- [6] Petersen I R. Guaranteed cost LQG control of uncertain linear-system. *IEE Proc Control Theory Appl*, 1995, 142(2): 95
- [7] Xue A K. *Robust Optimal Control Theory and Application*. Beijing: Science Press, 2008  
(薛安克. 鲁棒最优控制理论与应用. 北京: 科学出版社, 2008)
- [8] Jiang M Y, Yuan D F. *Artificial Fish Algorithm and Its Application*. Beijing: Science Press, 2011  
(江铭炎,袁东风. 人工鱼群算法及其应用. 北京: 科学出版社, 2011)
- [9] Ma X M, Liu N. Improved artificial fish-swarm algorithm based on adaptive vision for solving the shortest path problem. *J Commun*, 2014, 35(1): 1  
(马宪民,刘妮. 自适应视野的人工鱼群算法求解最短路径问题. 通信学报, 2014, 35(1): 1)
- [10] Quan H J, Zhang T, Guo J C. Hardware/software partitioning method base on improved artificial fish swarm algorithm. *J Tianjin Univ Sci Technol*, 2013, 46(10): 923  
(全浩军,张涛,郭继昌. 基于改进人工鱼群算法的软硬件划分方法. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2013, 46(10): 923)
- [11] Jiang M Y, Cheng Y M. Simulated annealing artificial fish swarm algorithm // 2010 8th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA). Jinan, 2010: 1590
- [12] Luan X Y, Liu T Z, Zhou Z L. LED color mixing design based on improved artificial fish swarm algorithm. *Chin J Luminesc*, 2015, 36(1): 113  
(栾新源,刘廷章,周壮丽. 基于改进人工鱼群算法的LED混光方法. 发光学报, 2015, 36(1): 113)
- [13] Kuang F J, Xu W H, Jin Z. Artificial bee colony algorithm based on self-adaptive Tent chaos search. *Control Theory Appl*, 2014, 31(11): 1502  
(匡芳君,徐蔚鸿,金忠. 自适应 Tent 混沌搜索的人工蜂群算法. 控制理论与应用, 2014, 31(11): 1502)
- [14] Zhu W J, Bai J. A chaos artificial fish swarm algorithm for parameters optimization and application of support vector machine. *Microelectron Comput*, 2016, 33(3): 89  
(朱文静,白静. 一种混沌人工鱼群算法对 SVM 参数的优化及应用. 微电子学与计算机, 2016, 33(3): 89)
- [15] Liu Z J, Yang D X. Research advances of chaos optimization algorithms for engineering global optimization. *Chin J Comput Mech*, 2016, 33(3): 269  
(刘振军,杨迪雄. 面向工程全局优化的混沌优化算法研究进展. 计算机力学学报, 2016, 33(3): 269)